IHS

BIBLIOTECA VITT. EMANUELE
12
22 D
6

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu
M

5.31.
54 4 10
54. 2
54

Lanoz Coll: elem.

R

11

14-23.D.22

Digitized by Google

Collig. Rom. Soc. Jesu

EVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRICORVM LIBRI SEX

Catalog. PRIORES Inscript.

Noua interpretatione in vſum ſtudioſæ iuuentutis in lucem dati.

A

IOANNE LANZ SOCIETATIS IESV.

ANNO M.DC.XVII.

Cum facultate Superiorum.

INGOLSTADII,
Ex Typographeo Ederiano apud Eliſabetham Angermariam, viduam.

B: 5

BIBLIOTECA
BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

[illegible]

Digitized by Google

INTERPRES CANDIDO LECTORI.

DVas Matheſeos alas eſſe, rectè ſcripſit Plato, Geometriam & Arithmeticam. hac poſteriore cùm vtcunque inſtructa iam studioſa iuuẽtus videretur, ſupererat, vt eadem & priore inſtrueretur. Itaq; cùm de habenda aliqua Geometricorum elementorum Epitome cogitationem ſuſcepiſſem, nihilq; melius ipſo ſummo Geometra Euclide in mentem veniſſet; cœpi ſolicitus & mecum ipſe, & cum alijs quoq; cõmunicato cõſilio deliberare, quemnã potiſſimum ex tantà interpretum turma, quamq; adeo in vniuerſum rationem Euclidis publicandi deligerẽ. Mens vna fuit omnium, iuuentutem nimia libri mole nõ eſſe grauandam. Recidenda ergò neceſſario fuerunt primùm ſcholia & commentationes alienæ, quibus pleriq; dum ingenio ſuo indulgent maximè, minimè nobis Eu-

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

elidem ipſum repræſentarunt. Tum deinde quoniã vix aliqua apparebat tam religioſa interpretatio, quæ nõ ab Autore, ſi ſua lingua loquentẽ audias, licentiùs ſubinde recederet; optimum factũ videbatur ſi in Latinũ ſermonem deintegro cõuerteretur. Ad eam ego prouinciã poſtquam aggreſſus fui, illud antiquiſſimæ curæ habui, vt quamlibet ſimplici dictione, genuinã demonſtrationem ſententiam ex Græco prorſus exprimerẽ, ſed pro inſtituta breuitate verbis ſic appenſis, vt longiorẽ alicubi circumductionẽ paullo breuiori gyro colligerem. Poſteriores tamen libri quinti propoſitiones, quoniam in Euclide deſiderantur, fraudi nõ erit earũ loco Pappi Alexandrini ex Commentariis Federici Commandini ſubſtituiſſe. Quin ad difficiliores etiã definitiones breuiculas notas eo conſilio appoſui, ne in ipſo ſtatim limine aut hærere Lector, aut aliunde ſubſidium petere cogeretur. Deniq; nonam & decimã propoſitionẽ libri decimitertij idcirco adieci, vt ſi quis Triangulorũ Canonem, hoc eſt, Tabulas Sinuum, Tangentiũ & Secantiũ, aut cõdere, aut conditas à Typographorum nõ infrequentibus mendis vindicare cuperet, id libelli huius auxilio poſſet. Vale Lector, & his laboribus noſtris ad Dei gloriã vtere. Ingolſt. 29. Decemb. Anno Chriſti M. DC. XVI.

ELE-

ELEMENTORVM EVCLIDIS LIBRI SEX PRIORES EX GRÆCO fonte tranſlati.

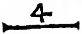
EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

Definitiones.

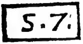
Punctum eſt, cuius pars nulla.

2 Linea, longitudo latitudinis expers.

3 Lineæ termini ſunt puncta.



4 Recta linea eſt, quæ ex æquali ſuis interijcitur punctis.



5 Superfices eſt, quæ longitudinem & latitudinem tantum habet.

6 Superficiei termini ſunt lineæ.

7 Plana ſuperficies eſt, quæ ex æqualiſinter ſuas lineas iacet.



8 Planus angulus eſt, duarum linearum in plano ſe mutuo tangentium, & non in directum iacentium alterius ad alteram inclinatio.

In directum iacere dicuntur duæ lineæ, quando ex illis fit vna linea.

9 Si lineæ angulum continentes, rectæ fuerint, rectilineus angulus dicitur.



10 Si recta linea ſuper rectam conſiſtens, eos, qui deinceps ſunt angulos, æquales fecerit, rectus eſt vterque æqualium angulorum. Et inſiſtens recta, perpendicularis dicitur eius, cui inſiſtit.

Linea AB conſiſtens ſuper C D dicitur perpendicularis. Anguli A B C, A B D dicuntur recti, dicuntur quoq; anguli deinceps.



11 Obtuſus angulus eſt, qui maior eſt recto.

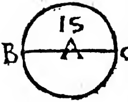
12 Acutus, qui recto minor eſt.

13 Terminus eſt, quod alicuius eſt finis.

14 Figura eſt, quæ ſub aliquo, aut aliquibus terminis continetur.

Circulus continetur ſub vna linea circulari.

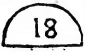
15 Cir-



15 Circulus eſt figura plana, ſub vna linea cõtenta, quæ peripheria dicitur, ad quam omnes lineæ ab vno puncto eorum, quæ intra figuram ſunt cadentes, æquales ſunt.

16 Punctum autem illud centrum circuli dicitur. *nimirum A*

17 Diametrus circuli, eſt quædam recta linea per centrum acta, & ad vtramq; partem peripheriæ circuli terminata; quæ & circulum bifariam ſecat. *nempe linea B C*



18 Semicirculus eſt figura à diametro, & intercepta circuli peripheria contenta.



19 Segmentum circuli eſt, quod à recta linea, & peripheria circuli continetur.

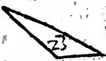
20 Rectilineæ figuræ ſunt, quæ rectis lineis continentur. Trilateræ, quæ tribus; quadrilateræ, quæ quatuor; multilateræ, quæ pluribus quàm quatuor lineis rectis continentur.



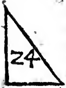
21 Trilaterarum figurarum, æquilaterum triangulũ eſt, quod tria latera habet æqualia.



22 Iſoſceles, quod duo tantùm æqualia habet latera.



23 Scalenum, quod omnia tria inæqualia habet latera.



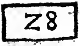
24 Trilaterarum præterea figurarum rectangulum triangulum eſt, quod rectum angulum habet.

25 Obtuſangulum, quod obtuſum. *vt eſt figura 23.*

26 Acutangulum, quod tres acutos habet angulos. *vt ſunt figuræ 21. & 22.*



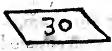
27 Quadrilaterarum figurarũ, Quadratum eſt, quod æquilaterum & æquiangulum eſt.



28 Altera parte longior figura eſt, quæ æquiangula quidẽ, at non æquilatera eſt.



29 Rhombus, quæ æquilatera, ęquiangula verò non eſt.



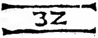
30 Rhomboides, quę oppoſita, & latera, & angulos æqualia habet; àt neque æquilatera eſt, neque æquiangula.

31 Reli-

Digitized by Google



31 Reliqua ab his quadrilatera, vocentur trapezia.



32 Parallelæ rectæ lineæ ſunt, quæ in eodem plano exiſtentes, & vtrinq; in infinitum eiectæ, in neutram partem coincidunt.

Poſtulata.

Poſtuletur à quouis puncto ad quoduis rectam lineam ducere.

Et rectam lineam terminatam in continuum, & directum producere.

Et quouis centro & interuallo circulum deſcribere.

Communes ſententiæ ſeu axiomata.

1 Quæ eidem ſunt æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.

2 Et, ſi æqualibus æqualia adduntur, tota ſunt æqualia.

3 Et, ſi ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua ſunt æqualia.

4 Et, ſi inęqualibus ęqualia addantur, tota ſunt inæqualia.

5 Et, ſi ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua ſunt inæqualia.

6 Et, quæ eiuſdem ſunt dupla, inter ſe ſunt æqualia.

7 Et, quæ eiuſdem ſunt dimidia, inter ſe ſunt æqualia.

8. Et, quæ ſibi inuicem congruunt, inter ſe ſunt æqualia.

9 Et, totum eſt maius ſua parte.

10 Et, omnes anguli recti inter ſe ſunt æquales.

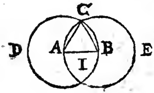
11 Et, ſi in duas rectas lineas recta incidens angulos interiores, & ad eaſdem partes, duobus rectis minores fecerit, coincident duæ illæ lineę in infinitum protractę verſus illam partem, ad quam ſunt duo anguli duobus rectis minores.

12. Et, duæ rectæ ſpacium non concludunt.

Propoſitiones.

Propoſitio I. Problema I.

Super data recta linea terminata triangulum æquilaterum conſtituere.



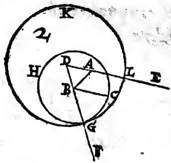
Sit data recta AB, ſuper qua oporteat triangulum æquilaterum conſtituere

tuere. a Centro A; interuallo A B deſcribatur circulus B C D. Rurſus b centro B, interuallo B A deſcribatur circulus A C E: & ex C, vbi ſe circuli ſecant ad A, B puncta, c ducantur rectæ C A, C B. Quoniam A centrum eſt circuli B C D, d erit A C æqualis ipſi A B. Rurſus, quia B centrum eſt circuli C A E, e erit & B C æqualis ipſi B A. demonſtrata eſt autem & C A æqualis ipſi A B: vtraque ergo C A, C B æqualis eſt ipſi A B: f quę autę eidem ſunt ęqualia, & inter ſe ſunt æqualia: igitur C A æqualis eſt C B: tręs ergo CA, A B, B C ſunt æquales. Quare triangulum A B C eſt æquilaterum, & ſuper recta A B conſtitutũ. Quod facerę oportuit.

a Poſt.3.
b Poſt.3.
c Poſt.1.
d def.15.
e def.15.
f ax.1.

Propoſ.2. Problema 2.

Ad datum punctum data recta lineæ æqualem rectam ponere.

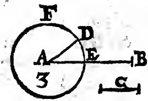


Sint data, punctum A, recta B C, & oporteat ad pũctum A rectæ B C æqualem ponere. Ducatur ab A ad B recta A B, ſu-

a prop.1.1. B, ſuper *a* eaq; conſtituatur triangulum
b poſt.2. æquilaterum D A B, *b* productis in dire-
c poſt.3. ctum ipſis D A, D B in E, & F. *c* Centro
B, interuallo B C deſcribatur circulus
d poſt.3. C G H. Rurſus *d* centro D, interuallo
D G deſcribatur circulus G K L. Quo-
niam ergo B centrum eſt circuli C G H,
e def.15. *e* erit ipſi B C æqualis B G. Rurſus cum D
f def.15. ſit centrum circuli G K L, *f* erit D L æ-
g prop.1. qualis ipſi D G: *g* quarum pars D A eſt æ-
h ax.3. qualis parti D B: *h* reliqua ergo A L æ-
i ax.1. qualis erit reliquæ B G. Oſtenſa eſt au-
tem & B C æqualis ipſi B G: vtraque ergo A L, B C æqualis eſt ipſi B G. *i* Quæ autem eidem ſunt æqualia, & inter ſe ſunt æqualia: ergo A L æqualis eſt ipſi B C. Quare ad punctum datum A, datæ rectæ B C æqualis eſt poſita, A L. Quod facere oportuit.

Propoſ. 3. Probl. 3.

Datis duabus inæqualibus rectis lineis, à maiore minori æqualem abſcindere.



SInt datæ rectæ inæquales A B, & C; quarũ maior ſit A B; à qua, minori C æqualem abſcindere opor-

oporteat. Sit *a* ad punctum A, rectæ C æqualis poſita, AD. & *b* centro A, interuallo A D, deſcribatur circulus DEF. Et quia A centrum eſt circuli D E F, *c* erit A E æqualis ipſi A D. ſed & C æqualis eſt ipſi D A: vtraque ergo A E, C æqualis eſt ipſi A D: igitur & A E æqualis erit ipſi C. Duabus ergo inæqualib. datis rectis lineis AB, & C, à maiore A B, minori C æqualis eſt abſciſſa, A E. Quod facere oportuit. *a prop. 2. 1.* *b poſt. 3.* *c def. 15.*

Propoſ. 4. Theor. 1.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri; habuerint autem & angulum angulo, æqualibus lateribus contentum, æqualem, & baſim baſi æqualem habebũt: erit q; triangulum triangulo æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera ſubtenduntur.

SInt duo triangula A B C, D E F, quæ duo latera A B, A C, duobus D E, D F æqualia habeant, vtramque vtrique, A B ipſi D E, & A C ipſi D F, & angulũ B A C, angulo E D F. Dico quod



&

& baſis B C, baſi E F ſit æqualis, & triangulum A B C, triangulo D E F, & reliqui anguli reliquis, vterque vtrique, quibus æqualia latera ſubtenduntur, nẽpe A B C ipſi D E F; & A C B ipſi D F E. Si enim triangulum ABC triangulo D E F* congruat, & A ſuper D ponatur, a congruet A B recta rectæ D E, & B ipſi E, quod A B ſit æqualis D E. Congruente igitur A B ipſi D E, congruet & A C ipſi D F, quod angulus B A C angulo E D F ſit æqualis: ideo & C ipſi F congruet, quod & A C æqualis ſit ipſi G F. Sed & B ipſi E congruebat. Quare & baſis B C baſi E F congruet. Si enim congruente B ipſi E, & C ipſi F, baſis B C baſi E F non congruat, continebunt duæ rectæ ſpacium; b quod fieri nequit. Congruet ergo baſis B C baſi E F, & æqualis illi erit; adeoque totum triangulum A B C toti triangulo D E F cõgruet, c eiq; æquale erit: congruent ergo & reliqui anguli reliquis, eritque A B C angulus angulo, DEF, & A C B ipſi D F E æqualis.

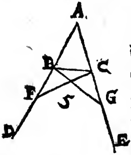
* ſuperponatur.
a ax. 8.
b ax. 12.
c ax. 8.

Si ergo duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, &c.

Pro-

Propoſ. 5. Theor. 2.

Iſoſcelium triangulorum anguli ad baſim ſunt æquales: & productis æqualibus rectis, erunt & anguli infra baſim æquales.



SIt triangulū A B C, habens latus AB, lateri A C æquale. Producantur in directum A B, A C rectæ in D, & E. Dico angulū A B C, angulo ACB; & C B D, ipſi B C E æqualem eſſe. Accipiatur in B D quoduis punctum F; & *a* auferatur à maiori A E, minori A F æqualis A G: *b* ducanturq; rectæ FC, GB. *a prop. 3. 1.* b *poſt. 1.* & cum A F, ipſi A G; & A B æqualis ſit ipſi A C; erunt duæ F A, A C, duabus G A, AB æquales, altera alteri, continentq́ue angulum communem F A G: *c* erit igitur baſis F C baſi G B ęqualis & triangulum A F C triangulo A GB, & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur; nempe A C F ipſi A B G, & A F C ipſi A G B. Et quia tota A F toti A G æqualis eſt, quarum A B eſt ęqualis ipſi A C; *c prop. 4. 1.*

derit

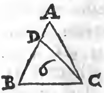
d ax.3. *d* erit & reliqua B F, reliquæ C G æqualis. Oſtenſa autem eſt & F C æqualis ipſi G B. Cum ergo duæ B F, F C duabus C G, G B æquales ſint altera alteri: & angulus B F G angulo C G B æqualis, & baſis B C communis, e prop.4.1. *e* erit triangulum B F C triangulo C G B ęquale, & reliqui anguli reliquis alter alteri, quibus æqualia latera ſubtēduntur: ergo & angulus F B C angulo G C B, & B C F ipſi C B G æqualis erit. Et quia totus A B G toti A C F oſtenſus eſt æqualis, & C B G ipſi B C F; erit ergo & reliquus, A B C reliquo A C B ęqualis: & ſunt ad baſim trianguli A B C; oſtenſus eſt autem F B C angulus, angulo G C B æqualis, & ſunt ſub baſi. Iſoſcelium igitur triangulorum anguli ad baſim ęquales ſunt, & productis æqualibus lateribus, etiam anguli infra baſim. Quod demonſtrare oportuit.

Propoſ.6. Theor. 3.

Si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera æquales angulos ſubtendentia, æqualia.

SIt triangulum A B C habens angulum A B C, angulo A C B æqualem. dico & latera

latera A B, A C æqualia eſſe. Si enim ſunt inæqualia, erit alterũ maius, ſit maius A B. *a* Auferatur à maiore A B, minori A C æ- *a prop 3.1.*

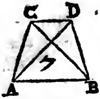


qualis DB, ducaturq́; DC. Cum ergo D B, A C æquales ſint, communis verò B C; erunt duæ D B, B C, duabus A C, C B æquales, altera alteri, & angulus D B C æqualis angulo A C B: *b* igitur & baſis D C, baſi A B *b prop.4.1.* erit æqualis, & triangulum ABC, triangulo D B C, minus maiori, *c* quod eſt abſur- *c ax.9.* dum; nõ igitur inæqualis eſt A B, ipſi A C: ergo ęqualis. Quare ſi trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera, æquales angulos ſubtendentia, æqualia. quod demonſtrare oportuit.

Propoſ. 7. Theor. 4.

Super eadem recta linea, duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales altera alteri, non conſtituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad eaſdem partes, eoſdemq́; cum primò ductis terminos habentes.

SI enim fieri poteſt conſtituatur ſuper eadem recta linea A B, duabus rectis



, A C, C B, duæ aliæ A D, D B æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum C & D, ad eaſdem partes C, D, eoſdem terminos habentes A, B, quos primæ: ita, vt C A ipſi D A, eundem cum ipſa terminum A habens, C B verò ipſi D B, eundem cum illa terminum B habens, ſit æqualis; & ducatur C D. Cum ergo A C ſit æqualis ipſi

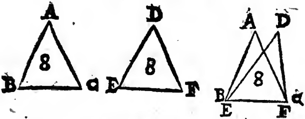
a prop. 5. 1. A D, *a* erit & angulus A C D æqualis angulo A D C: maior ergo eſt A D C angulus, angulo D C B: multo ergo maior C D B. Rurſus cum C B æqualis ſit ipſi D B, erit & angulus C D B angulo D C B æqualis: oſtenſus autem eſt multo illo maior.

b ax. 9. *b* Quod fieri non poteſt. Non igitur ſuper eadem recta linea duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri conſtituentur ad aliud atque aliud punctum, ad eaſdem partes, eoſdem cum primò ductis terminos habentes. Quod demonſtrare oportuit.

Pro-

Propoſ. 8. Theor. 5.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, habuerint verò & baſim baſi æqualem, habebunt quoque angulum æqualibus lateribus contentum angulo æqualem.

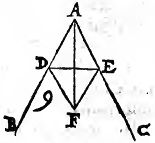


SInt duo triangula ABC, DEF, quæ habeant duo latera AB, AC, duobus DE, DF æqualia, alterum alteri, nempe AB ipſi DE, & AC ipſi DF; habeant quoque baſes BC, EF æquales. Dico quod & angulus BAC, angulo EDF ſit æqualis. Congruente enim triangulo ABC, triangulo DEF, poſitoq; B ſuper E, & recta BC ſuper EF; *a* congruet & C ipſi F, quod BC, EF æquales ſint. Congruente igitur ipſa BC ipſi EF, congruent & BA, CA, ipſis ED, DF. Quod ſi congruat quidem baſis BC, baſi EF: at BA, AC latera ipſis, *a ax. 8.*

ED,DF,non congruant,ſed aliò cadant,
b *prop.7.1.* vt ſunt EG,GF, *b* conſtituētur ſuper eadē recta duabus rectis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum, ad eaſdem partes, eoſdem terminos habentes. At non conſtituuntur. Non ergo congruente baſi BC, baſi EF, nō congruent BA, AC latera ipſis ED, DF: congruent ergo, quare & angulus BAC angulo EDF congruet, eique æqualis erit. Si ergo duo triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, habuerint verò & baſim baſi æqualem, habebūt quoq; angulum æqualibus lateribus contentum, angulo equalem. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ.9. Probl.5.

Datum angulum rectilineum bifariam ſecare.

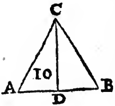


Sit datus angulus rectilineus BAC, quem oporteat bifariam ſecare. Accipiatur quoduis pūctum D. Atque
a *prop.3.1.* *a* ex AC ipſi AD æqualis auferatur AE: & ſuper

ſuper ductam D E, *b* conſtituatur triangulũ ęquilaterum D E F, & iungatur A F. Dico angulum B A C rectâ A F bifariam ſecari. Cum enim A D, A E æquales ſint, communis A F; erunt duæ D A, A F, duabus E A, A F æquales, altera alteri, eſt verò & baſis D F baſi E F ęqualis: *c* ergo & angulus D A F, angulo E A F æqualis erit. Datus ergo angulus rectilineus B A C à recta A F bifariam ſecatur. Quod facere oportuit. *b prop. 1. 1.* *c prop. 8. 1.*

Propoſ. 7. Probl. 5.

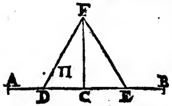
Datam rectam finitam bifariam ſecare.



SIt data recta finita A B, quã oporteat bifariam ſecare. Conſtituatur ſuper illa triangulum ęquilaterũ ABC, *a* & ſecetur angulus A C B bifariam rectâ C D. Dico rectam A B, in D bifariam eſſe ſectam. Cum enim A C, C B æquales ſint cõmunis C D: erunt duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales, altera alteri, & angul⁹ A C D angulo B C D æqualis: *b* igitur & baſis A D æqualis eſt baſi B D. data ergo recta finita A B in D ſecta eſt bifariam, quod faciendum erat. *a prop. 9. 1.* *b prop. 4. 1.*

Propoſ. 11. Probl. 6.

Data recta linea ex puncto in illa dato lineam rectam ad angulos rectos ducere.



SIT data recta AB, datum in illa punctum C, oporteatq; ex C, ipſi A B rectam lineam ad angulos rectos ducere. Accipiatur in A C quoduis punctum D, & *a* ponatur ipſi C D æqualis C E, *b* cõſtituaturque ſuper E D triangulum æquilaterum FDE, & ducatur FC. Dico ad punctum C datæ rectę A B ad angulos rectos eſſe ductam F C. Cum enim D C, C E ſint ęquales, F C communis; erunt duæ D C, C F, duabus E C, C F æquales, altera alteri: ſed & baſis D F, æqualis eſt baſi E F: erit *c* ergo & angulus DCF æqualis angulo ECF; & ſunt deinceps. *d* Quando autem recta ſuper rectam conſiſtens, eos qui deinceps ſunt angulos, æquales fecerit, rectus eſt vterq; æqualium angulorum: recti igitur ſunt anguli DCF, FCE. Quare datę rectę, ex pũcto in illa dato, ducta eſt ad angulos rectos, recta F C. quod facere oportuit.

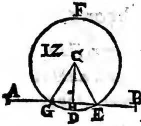
a prop. 3. 1.
b prop. 1. 1.
c prop. 8. 1.
d def. 10.

Pro-

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Propoſ. 12. Probl. 7.

Ad datam infinitam, à puncto dato extra illam perpendicularem rectam ducere.



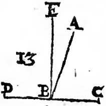
SIt data recta infinita AB, punctũ extra illam C. & oporteat ad rectam datam A B ex puncto C, quod in illa non eſt, perpendicularem rectam ducere. Accipiatur ad alteras partes rectę AB, quoduis punctũ D, & *a* centro C interuallo C D circulus E F G deſcribatur, *b* diuidaturque E G in H biſariam, ductis rectis C G, C H, C E. Dico quod ad datam infinitam A B, à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta ſit C H. Cum enim G H, H E ſint æquales, H C communis: erunt duæ G H, H C, duabus E H, H C æquales, altera alteri; *c* ſed & baſi C G, baſis C E, eſt æqualis; erit *d* ergo & angulus C H G angulo E H C æqualis, & ſunt deinceps. *e* quando autem recta ſuper rectã conſiſtens, eos qui deinceps ſunt angulos, æquales fecerit, rectus eſt vterque æqualium angulorum, & inſiſtens linea, perpendicularis dicitur eius,

a *poſt. 3.*
b *prop. 10. 1*
c *def. 15.*
d *prop 8. 1.*
e *def. 10.*

cui inſiſtit. Quare ad datam rectam infinitam AB à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta eſt, CH. quod facere oportebat.

Propoſ. 13. Theor. 6.

Quando linea recta ſuper rectam conſiſtens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.



Recta enim quædam AB, ſuper rectã CD conſiſtens, angulos faciat CBA, ABD. dico illos, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eſſe. Si enim CBA ipſi ABD, eſt æqualis, duo *a* recti ſunt. Si non: ducatur à puncto B ipſi CD ad angulos rectos, BE: *b* ergo CBE, EBD duo recti ſunt. Et quia CBE duobus CBA, ABE, æqualis eſt, ſi apponatur cõmunis EBD. erunt duo CBE, EBD, tribus CBA, ABE, EBD æquales. Ruſus cũ angulus DBA, duobus DBE, EBA æqualis ſit, ſi addatur cõmunis ABC; erũt duo DBA, ABC tribus DBE, EBA, ABC æquales. Oſten-

a def. 10.
b def. 10.

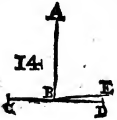
Oſtenſum eſt autem & duos C B E, E B D iiſdem tribus, æquales eſſe. c Quæ autem eidem ſunt æqualia, & inter ſe ſunt æqualia: duo igitur C B E, E B D æquales ſunt duobus D B A, A B C: ſed C B E, E B D recti ſunt: igitur D B A, A B C duobus rectis æquales. Si igitur recta ſuper rectã conſiſtens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales facit. Quod oportuit demonſtrare. c ax. I.

Propoſitio 14. Theor. 7.

Si ad rectam aliquam lineam, atque ad punctum in illa datum, duæ rectæ non ad eaſdem partes ductæ angulos, qui deinceps ſunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illæ lineæ.

AD rectam A B, & ad punctum in illa datum B, duæ rectæ B C, B D non ad eaſdem partes poſitæ, faciant angulos deinceps A B C, A B D, duobus rectis æquales. Dico B D ipſi C B in directum eſſe.

14



Quod ſi B D ipſi B C nõ ſit in directum, ſit B E. Cum igitur recta A B rectæ C B E inſiſtat, a erũt anguli A B C, A B E a prop. 13. 1.

 duo-

duobus rectis ęquales, Sunt verò & A B C, A B D duobus rectis æquales: anguli igitur C B A, A B E ſunt angulis C B A, A B D, æquales. Communis A B C auferatur: *b* reliquus ergo A B E, reliquo A B D eſt æqualis, minor maiori, *c* quod fieri nequit. Non ergo B E in directum eſt ipſi B C. Similiter oſtendemus nullam aliam eſſe, præter B D: in directum ergo eſt B D, ipſi C B. Si ergo ad rectam, & ad punctum in ea, datum duæ rectæ non ad eaſdem partes poſitæ, angulos qui deinceps ſunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illę duæ lineæ. quod demonſtrare oportuit.

b ax. 3.
c ax. 3.

Propoſitio 15. Theor. 8.

Si duæ rectæ ſe inuicem ſecuerint, angulos ad verticem æquales facient.



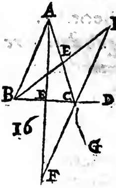
Rectæ A B, C D, ſecent ſe in E puncto. Dico quod tam angulus A E C, angulo D E B, quam C E B angulo A E D æqualis ſit. Cùm enim recta A E rectę C D inſiſtat, faciẽs angulos C E A, A E D: *a* erunt

a erunt ipſi duobus rectis æquales. Rurſus cum recta D E rectæ A B inſiſtat, faciens angulos A E D, D E B, *b* erunt & ipſi duobus rectis æquales. Oſtenſi autem ſunt & C E A, A E D duobus rectis æquales: Quare duo C E A, A E D, duobus A E D, D E B æquales ſunt. auferatur communis A E D: ergo reliquus C E A, reliquo B E D equalis eſt. Pariter oſtédetur C E B, D E A æquales eſſe. Si ergo duæ rectæ ſe inuicem ſecuerint, facient angulos, qui ad verticem ſunt æquales. Quod demonſtrare oportuit.

a prop. 13. 1.
b prop. 13. 1.

Propoſitio 16. Theor. 9.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus vtrolibet interno & oppoſito maior eſt.



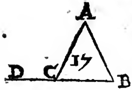
SIt triangulũ A B C, & vnum ipſius latus B C in D producatur. Dico angulum externum A C D maiorem eſſe internis & oppoſitis C B A, B A C. *a* Biſecetur A C in E, & ducta B E producatur in F, ſit-

a prop. 10. 1.

F, ſitque ipſi B E æqualis E F, iungatur C F, & producatur A C in G. Et quia A E ipſi E C eſt æqualis; erunt duæ A E, E B, duabus C E, E F æquales, altera alteri; &
b prop. 15. 1. angulus A E B, angulo F E C eſt *b* æqualis,
c prop. 4. 1. ſunt enim ad verticem: *c* igitur & baſis A B, baſi F C æqualis erit, & triangulum A B E triangulo F E C; adeoque & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quos æqualia ſubtendunt latera: Erit igitur & angulus B A E angulo E C F æqualis; eſt
d ax. 9. *d* autem E C D maior, quam E C F: Ergo & A C D maior eſt quam B A E. Pari modo ſecto B C latere bifariam demonſtrabitur angulus B C G, hoc eſt, A C D maior eſſe angulo A B C. Omnis ergo trianguli vno latere producto externus angulus vtrouis interno, & oppoſito maior eſt, quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 17. Theor. 10.

Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores ſunt, quomodocunque ſumpti.



SIt triangulum ABC. Dico duos eius angulos minores eſſe duobus rectis quomodocunque

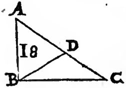
docunque ſumptos. Producatur B C in D. Et quia trianguli A B C angulus A C D externus, *a* maior eſt interno & oppoſito A B C. Si communis apponatur A C B: erunt A C D, A C B anguli, maiores A B C, B C A angulis: Sed A C D, A C B *b* duobus rectis ſunt æquales: Ergo A B C, B C A minores. Similiter oſtendemus tam B A C, A C B, quam C A B, A B C duobus rectis eſſe minores. Omnis ergo trianguli duo anguli quicunque duobus rectis ſunt minores, quod oportuit demonſtrare.

a prop. 16. 1.

b prop. 13. 1.

Propoſitio 18. Theor. 11.

Omnis trianguli maius latus maiorem angulum ſubtendit.



Sit triangulum A B C habẽs latus A C maius latere A B. Dico & angulum A B C maiorem eſſe angulo B C A. Quia enim A C maius eſt, quam A B; fiat A D ipſi A B æqualis: & ducatur B D. Et *a* quia trianguli B D C externus angulus A D B, maior eſt interno & oppoſito D C B, & *b* æqualis angulo A B D, quod latera A B, A D æqualia ſint, maior ergo etiam

a prop. 16. 1.

b prop. 5. 1.

etiam eſt A B D quam A C B: multo ergo maior erit totus A B C, quam A C B. Omnis ergo trianguli maius latus, maiorem angulum ſubtendit.

Propoſitio 19. Theor. 12.

Omnis trianguli maior angulus maiori lateri ſubtenditur.



Sit triangulũ ABC habens angulum ABC maiorem angulo B C A. dico & latus A C maius eſſe latere AB. Si non: erit A C ipſi AB aut æquale, aut minus. Non æquale. Si enim

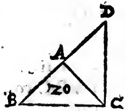
a prop. 5.1. æquale, *a* eſſet & angulus A B C angulo A C B æqualis: at non eſt: ergo A C æquale non eſt ipſi A B. Non minus: nam

b prop. 18.1. ſi A C minus eſſet quam A B, eſſet *b* & angulus A B C minor angulo A C B; at non eſt: non ergo A C minus eſt ipſo AB. Oſtenſum autem eſt, quod nec æquale: ergo maius. Omnis ergo trianguli maiori angulo maius latus ſubtenditur.

Pro-

Propoſitio 20. Theor. 13.

Omnis trianguli duo latera reliquo maiora ſunt quomodocumque ſumpta.

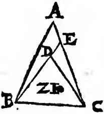


SIt triangulũ A B C. dico duo latera B A, A C, maiora eſſe reliquo BC; & AB, BC reliquo A C; & B C, CA reliquo A B. Producatur enim B A in D; ſitque recta D A ipſi C A æqualis, & iungatur D C. Cum ergo D A ipſi A C ſit æqualis, erit & angulus A D C, angulo A C D æqualis. Sed *a* B C D an- *a ax. 9.*
gulus maior eſt angulo A C D; maior ergo etiam eſt B C D, ipſo A D C. Et cum D C B ſit triangulum habens angulum B C D maiorem angulo A D C, *b* maio- *b prop. 19. 1.*
rem autem angulum maius latus ſubtendat; erit D B maius ipſo B C: æquale autem eſt D B ipſis A B, A C: maiora ergo ſunt B A, A C, quam B C. Omnis ergo trianguli duo latera reliquo maiora ſunt, quomodocunque ſumpta.

Pro-

Propoſitio 21. Theor. 14.

Si à terminis unius lateris trianguli duæ rectæ intra conſtituantur, erunt hæ minores reliquis duobus trianguli lateribus, at maiorem angulum continebunt.



A terminis lateris B C trianguli A B C conſtituantur duæ rectæ B D, C D intra. Dico B D, D C reliquis trianguli lateribus B A, A C minores eſſe; at angulum B D C maiorem continere, angulo B A C. Ducatur enim B D in E. Et

a prop. 20. 1. *a* quia omnis trianguli duo latera reliquo maiora ſunt: erunt & trianguli A B E, latera A B, A E maiora B E latere. apponatur

b ax. 4. communis E C, *b* eruntque B A, A C maiora ipſis B E, E C. Rurſus trianguli

c prop. 20. 1. C E D latera C E, E D *c* maiora ſunt latere C D, communis apponatur D B; eruntque C E, E B maiora ipſis C D, D B: Sed B A, A C maiora oſtenſa ſunt ipſis B E, E C; multo ergo A B, A C maiora erunt

d prop. 16. 1. ipſis B D, D C. Rurſus, quoniam *d* omnis trianguli externus angulus interno, &

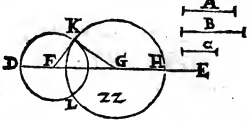
oppo-

oppoſito eſt maior; erit & trianguli CDE externus BDC, maior interno CED. Eandem ob cauſam erit trianguli ABE, externus CEB, maior interno BAC: ſed & BDC oſtenſus eſt maior, ipſo CEB: multò ergo maior eſt BDC, quàm BAC. Quare ſi à terminis, &c. quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 22. Probl. 8.

Ex tribus rectis, tribus datis rectis æqualibus, triangulum cõſtituere. Oportet autem duas, reliquâ maiores eſſe quomodocumque ſumptas. quod omnis trianguli duo latera reliquo maiora ſint, quomodocunque ſumantur.

Sint tres rectæ, A, B, C, quarum duæ quomodocunq; ſumptæ reliqua ma-



iores ſint, vt A, B, quam C; A, C quam B; B, C quam A. Oporteat autem ex tribus,

 tri-

tribus A, B, C, æqualibus triangulum cõſtituere. Expoſita ſit recta quædam D E, terminata ad D, interminata ad E; ſitq; *a* D F ipſi A. F G ipſi B; ipſi C æqualis facta G H. Deſcribatur centro F, interuallo F D, circulus D K L: Centro verò G, interuallo G H, circulus K L H; iunganturque F K, K G. Dico ex tribus F K, K G, G F æqualibus tribus datis A, B, C triangulum F K G eſſe cõſtitutum. Cum enim F centrum ſit circuli D K L, *b* erit F D æqualis ipſi F K; ſed F D eſt æqualis ipſi A; *c* ergo & F K, erit æqualis ipſi A. Rurſus cũ G ſit centrũ circuli LKH, *d* erit GH æqualis ipſi G K; ſed G H æqualis eſt ipſi C: *e* erit ergo & G K æqualis ipſi C: Eſt verò & F G æqualis ipſi B. Tres ergo KF, FG, GK æquales ſunt tribus datis A, B, C. Quare ex tribus K F, F G, G K, æqualibus tribus A, B, C triangulum eſt conſtitutũ. Quod facere oportuit.

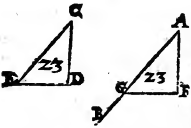
a prop. 3. 1.
b def. 15.
c ax. 1.
d def. 15.
e ax. 1.

Propoſitio 23. Probl. 9.

Ad datam rectam, datumq; in ea punctum dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineum conſtituere.

Sit

SIt data recta A B, datũq; in ea punctũ A, datus angulus rectilineus D C E. Oporteat autem ad punctum datum A, datæ rectæ A B, dato angulo rectilineo D C E æqualem angulum rectilineum conſtituere. Capiantur in vtraque C D, C E quælibet puncta D, E, & iungatur D E:



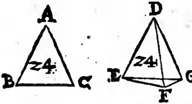
a atq; ex tribus rectis, quæ æquales ſint tribus C D, D E, E C, triangulum A F G conſtituatur: ita vt C D æqualis ſit ipſi A F; C E ipſi A G; D E ipſi F G. Cum ergo duæ D C, C E æquales ſint duabus F A, A G, altera alteri; ſit verò & baſis D E æqualis baſi F G; b erit & angulus D C E æqualis angulo F A G. Quare ad datam rectam A B, datumque in ea punctum A, dato rectilineo angulo D C E, æqualis angulus rectilineus F A G eſt conſtitutus. Quod oportuit facere.

a *prop. 22. 1.*
b *prop. 8. 1.*

Propoſitio 24. Theor. 15.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum al-

teri; angulum vero angulo maiorem, qui æqualibus rectis lineis continetur, & baſim baſi maiorem habebunt.

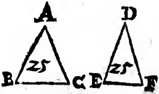


SInt triangula ABC, DEF, habentia duo latera AB, AC, duobus DE, DF æqualia, alterum alteri: AB quidem ipſi DE; AC verò ipſi DF. At angulus BAC maior ſit angulo EDF. Dico & baſim BC maiorem eſſe baſi EF. Cum enim angulus BAC maior ſit EDF
a prop.23.1 angulo, *a* conſtituatur ad punctum D rectæ DE angulo BAC, æqualis EDG; ſitque vtrique AC, DF æqualis DG, & iungantur GE, FG. Quia igitur AB ipſi DE, & AC ipſi DG æqualis eſt; erunt duæ BA, AC, duabus ED, DG æquales, altera alteri; eſtque & angulus BAC, an-
b prop.4.1. gulo EDG æqualis: *b* erit igitur & baſis BC, baſi EG æqualis. Rurſus quia DG
c prop.5.1. ipſi DF eſt æqualis, & *c* angulus DFG an-
d ax.9. gulo DGF; *d* erit angulus DFG maior angulo EGF: multo ergo maior erit EFG, ipſo EGF. Et quia EFG triangulum

gulum eſt, habens angulum E F G maiorem angulo E G F (e maiori autem angulo maius latus ſubtenditur) erit & latus E G maius latere E F. : æquale autem eſt E G ipſi B C: maius ergo eſt & B C, ipſo E F. Si ergo duo triangula, &c. quod oportuit demonſtrare. e prop. 19. 1.

Propoſitio 25. Theor. 16.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & baſim baſi maiorem, & angulum angulo, qui æqualibus lateribus continetur, maiorem habebunt.



Sint duo triangula A B C, D E F, duo latera A B, A C, duobus D E, D F habētia æqualia, alterum alteri, A B ipſi D E, & A C ipſi D F: Baſim verò B C maiorem baſi E F. Dico & angulum B A C angulo E D F maiorem eſſe. Si non; aut æqualis eſt, aut minor. Nō æqualis; Nam ſi angulo B A C, angulus E D F æqualis eſſet, a eſſet & baſis B C, baſi E F æqualis; at non eſt; non ergo an- a prop. 4. 1.

 gulus

gulus BAC angulo E D F eſt æqualis. Sed neque minor: nam ſi minor eſſet, *b* eſſet & baſis BC minor baſi E F: at non eſt: non ergo angulus B A C minor eſt angulo E D F. Demonſtratum eſt autem, quod nec æqualis: maior ergo erit. Si ergo duo triangula, &c. Quod demonſtrare oportuit.

b prop.24.1

Propoſitio 26. Theor. 17.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri, & vnum latus vni lateri æquale, ſeu quod æqualibus angulis adiacet, ſeu quod vni æqualium angulorum ſubtenditur; & reliqua latera reliquis lateribus, alterum alteri; & reliquum angulum reliquo angulo, æqualem habebunt.



SINT duo triangula A B C, D E F, duos angulos ABC, B C A, duobus DEF, EFD æquales habentia, alterum alteri, A B C quidem ipſi DEF, & BCA ipſi E F D: habeant verò & vnum latus vni lateri æquale,

le. Et primo quod æqualibus angulis adiacet, nempe B C ipſi E F. Dico quod & reliqua latera, reliquis ęqualia habeant, alterum alteri, A B ipſi D E. A C ipſi D F, & reliquum angulum B A C reliquo E D F. Quod ſi AB, DE inæqualia ſint; vnum erit maius. Sit maius A B: a fiatq; ipſi D E æqualis G B linea, & ducatur G C. Cum igitur tam BG, DE; quã E F, B C æquales ſint; erunt duæ BG, B C, duabus D E, E F æquales, altera alteri; & angulus GBC angulo DEF æqualis: b erit ergo & baſis G C baſi D F æqualis, & triangulũ G C B triangulo D E F æquale, reliquique anguli reliquis, alter alteri, quibus ęqualia latera ſubtenduntur. Quare angulus G C B æqualis erit angulo DFE: ſed & D F E ponitur æqualis ipſi B C A: erit ergo B C G æqualis ipſi B C A, minor maiori, quod fieri nequit: nõ ergo AB, DE inæquales ſunt: ergo æquales. Eſt verò & B C ipſi E F æqualis: duæ ergo AB, BC æquales ſunt duobus DE, EF, altera alteri, & angulus ABC angulo DEF: c ergo & baſis A C baſi D F, & reliquus angulus B A C reliquo E D F æqualis erit. Rurſus ſint latera æquales angulos ſubtendentia, AB, DE æqualia, dico & reliqua latera, reliquis lateribus, vt A C,

a prop. 3. h

b prop. 4. h

c prop. 4. h

C 4 DF,

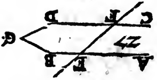
DF, & BC, EF, reliquumque angulum BAC, reliquo EDF, æqualem eſſe. Si enim BC, EF ſunt inæqualia; erit vnum maius; ſit, ſi fieri poteſt, maius BC, & *d* fiat ipſi EF æqualis BH, iungaturq; AH. Et quia BH ipſi EF; & AB ipſi DE æqualis eſt: erunt duæ AB, BH, duabus DE, EF æquales, altera alteri, continentq; angulos æquales: *e* baſis ergo AH, baſi DF eſt æqualis, & triangulum ABH triangulo DEF, reliquiq; anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur, æquales erunt. Eſt igitur angulus BHA ęqualis angulo EFD: ſed EFD æqualis eſt angulo BCA; erit ergo & BHA æqualis ipſi BCA. Trianguli ergo AHC externus angulus BHA æqualis eſt interno & oppoſito BCA, *f* quod fieri nequit: igitur BC, EF inæquales nõ ſunt; æquales ergo. Cum verò & AB, DE ſint æquales: erunt duæ AB, BC duabus DE, EF æquales altera alteri, æqualeſque angulos continent: *g* ergo & baſis AC baſi DF æqualis eſt, & triangulum ABC triangulo DEF, & reliquus angulus BAC, reliquo EDF. Si ergo duo, &c. Quod demonſtrare oportuit.

d prop. 3. 1.
e prop. 4. 1.
f prop. 16. 1.
g prop. 4. 1.

Pro-

Propoſ.27. Theor.18.

Si in duas rectas lineas recta incidens angulos alternos æquales fecerit, parallelæ erunt illæ lineæ.

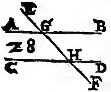


In duas rectas AB, CD incidens recta EF faciat angulos alternos A E F, E F D æquales. Dico A B, C D parallelas eſſe. Si non; productæ concurrēt, aut verſus partes B, D; aut verſus A, C: producātur, & concurrant verſus partes B, D in G.
a Eſt itaque trianguli G E F angulus externus A E F maior interno, & oppoſito E F G: ſed * & æqualis; quod fieri nequit: non ergo A B, C D productæ concurrunt verſus partes B, D. Pari ratione demonſtratur, quod neque ad partes A, C: *b* quæ autem in neutram partem concurrunt, parallelæ ſunt: parallelæ ergo ſunt A B, C D: Si igitur, &c, quod oportuit demonſtrare.

a prop.16.1.
** ex hypotheſi.*
b def.32.

Propoſ. 28. Theor. 19.

Si in duas rectas lineas recta incidens, angulum externum interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes, æqualẽ fecerit: vel internos, & ad eaſdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt illæ lineæ.



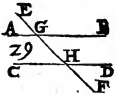
IN duas rectas A B, C D incidens recta E F, externum angulum E G B, interno, & oppoſito G H D æqualem faciat: aut internos, & ad eaſdem partes B G H. G H D duobus rectis æquales. Dico A B, C D parallelas eſſe. Cum enim E G B angulus, * æqualis ſit, & angulo G H D, *a* & angulo A G H; *b* erit & A G H æqualis ipſi G H D. *c* & ſunt alterni: parallelæ ergo ſunt A B, C D. Rurſus cum B G H, G H D duobus rectis ſint æquales; *d* ſint autem & A G H, B G H duobus rectis æquales; erunt A G H, B G H ipſis B G H, G H D æquales: communis B G H auferatur: *e* erit igitur reliquus AGH, reliquo G H D æqualis: *f* & ſunt alterni: ſunt ergo A B, C D parallelæ. Si ergo in duas rectas, &c. Quod demonſtrare oportuit.

** ex hypotheſi.*
a prop 15.1.
b ax.1.
c prop.27.1.
d prop.13.1.
e ax.3.
f prop.27.1.

Pro-

Propoſ.29.Theor.20.

Recta in parallelas rectas incidens æquales facit angulos alternos: & externum interno & oppoſito, & ad eaſdem partes æqualem: & internos & ad eaſdem partes duobus rectis æquales efficit.

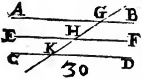


In parallelas rectas AB, CD recta EF incidat. Dico quod & alternos angulos AGH, GHD æquales faciat; & externum EGB interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes GHD æqualem; & internos, & ad eaſdem partes BGH, GHD duobus rectis æquales. Si enim AGH, GHD inæquales ſunt, vnus illorum AGH ſit maior: & quia AGH maior eſt quam GHD, communis addatur BGH. Hi ergo AGH, BGH maiores ſunt his BGH,
GHD; *a* ſed AGH, BGH duobus re- *a prop.13.1.*
ctis ſunt æquales: ergo BGH, GHD
duobus rectis minores erunt. *b* Quæ au- *b ax.11.*
tem à minoribus quam duobus rectis in infinitum producuntur lineæ rectæ, concurrunt: ergo AB, CD in infinitum productæ

ductæ concurrunt: at non concurrunt; parallelæ enim ſunt: ergo anguli A G H, G H D, non ſunt inæquales: igitur æqua-
c prop.15.1. les. Porrò *c* A G H angulus æqualis eſt angulo E G B: Ergo & E G B æqualis erit angulo G H D: communis apponatur B G H: ergo hi E G B, B G H, æquales ſunt his B G H, G H D: *d* ſed EGB, BGH
d prop.13.1. ſunt æquales duobus rectis: erunt ergo & B G H, GHD duobus rectis æquales. Recta ergo in parallelas, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 30. Theor. 21.

Quæ eidem rectæ ſunt parallelæ, & inter ſe ſunt parallelæ.

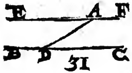


SIt vtraq; ipſarum A B, C D ipſi E F parallela. Dico & A B, C D eſſe parallelas. Jncidat enim in ipſas recta G K. Et quia in rectas parallelas A B, E F recta G K incidit; *a* erit angulus A G H, angulo G H F
a prop.27.1. æqualis. Rurſus, quia in parallelas rectas
b prop.28.1 E F, C D cadit recta G K, *b* erit & angulus G H F æqualis angulo G K D; oſtenſus eſt autem & angulus A G K angulo G H F æqua-

æqualis: *e* ergo & angulus A G K æqualis erit angulo G K D:& ſunt alterni: *d* ergo A B, C D ſunt parallelæ. Ergo quæ eidem, &c. Quod oportuit demonſtrare. *e ax. 1.* *d prop. 28. 1.*

Propoſ. 31. Probl. 10.

Per datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam ducere.

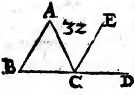


EX dato puncto A, Datæ rectæ BC. oporteat parallelam ducere. Accipiatur in B C quoduis punctum D, iunganturque A, D. *a* & conſtituatur ad A punctum rectę D A angulo A D C æqualis D A E, ducaturq; ipſi A E in directum A F. *b* Quia ergo in duas rectas B C, E F recta A D incidens angulos alternos E A D, A D C æquales facit, erunt B C, E F parallelæ. Per datum ergo punctum, &c. quod facere oportuit. *a prop. 23. 1.* *b prop. 27. 1.*

Propoſ. 32. Theor. 22.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus, duobus internis, & oppoſitis eſt æqualis; & tres interni duobus rectis ſunt æquales.

SIt triangulum A B C, & vnum eius latus B C producatur in D. Dico angulum



lum externum A C D æqualem eſſe duobus internis, & oppoſitis C A B, A B C; & tres internos ABC, BCA,

a prop.31.1. C A B duobus rectis æquales. *a* Ducatur per C ipſi A B recta parallela C E. Quia

b prop.27.1 ergo in A B, C E parallelas cadit A C; *b* erunt anguli alterni B A C, A C E ęquales. Rurſus quia A B, C E parallelæ ſunt, & in

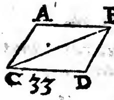
c prop.28.1. ipſas cadit recta B D, *c* erit externus angulus E C D, æqualis interno, & oppoſito A B C: oſtenſus eſt autem & A C E æqualis B A C. Totus ergo A C D æqualis eſt duobus internis, & oppoſitis BAC, ABC. Apponatur communis A C B: & erunt A C D, A C B æquales tribus ABC, BCA,

d prop.31.1 C A B: *d* ſed A C D, A C B æquales ſunt duobus rectis: ergo & A C B, C B A, CAB æquales ſunt duobus rectis. Omnis ergo trianguli, &c. Quod oportuit demõſtrare,

Propoſ.33. Theor.23.

Linea recta, quæ æquales & parallelas lineas ad eaſdem partes coniungunt, & ipſa æquales ſunt, & parallelæ.

SInt æquales & parallelę A B, C D. eaſq; ad eaſdem partes coniungant rectæ A C,



A C, B D. Dico & ipſas A C, B D parallelos & æquales eſſe. Ducatur enim B C. Quoniam A B, C D parallelæ ſunt, & in ipſas incidit B C; *a* erunt anguli alterni A B C, B C D æquales. Et quia A B, C D æquales ſunt; communis addatur B C; erunt duæ A B, B C, duabus B C, C D æquales, eſtq́; angulus A B C angulo B C D æqualis. *b* Quare & baſis A C, baſi B D æqualis erit, & triangulum A B C triangulo BCD; & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur, æquales erunt. Eſt ergo angulus A C B angulo C B D æqualis. Et quia in duas rectas A C, B D incidens recta B C, facit angulos alternos ACB, C B D æquales; *c* erunt A C, B D parallelæ: oſtēſæ autem ſunt & æquales. Ergo lineæ rectæ, quæ æquales, &c. Quod oportuit demonſtrare.

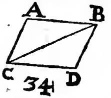
a prop. 27. 1.
b *prop. 4. 1.*
c prop. 27. 1.

Pro-

Propoſ.34.Theor.24.

Parallelogrammorum ſpaciorum; quæ ex aduerſo & latera, & anguli, ſunt inter ſe æqualia, eaque diametrus biſecat.

ESto parallelogrammum A C D B diametrus B C. Dico parallelogrammi A C D E, quæ ex aduerſo, latera & angulos, æqualia eſſe; eaq; diametrum B C



34

bifariam ſecare. Cum enim A B, C D parallelæ ſint, & in ipſas incidat B C; *a* erunt anguli alterni ABC, BCD æquales. Rurſus cum A C, B D ſint parallelæ, & in illas incidat B C, *b* erũt & anguli alterni A C B, C B D æquales. Duo ergo triangula A B C, C B D habent duos angulos A B C, B C A, duobus B C D, C B D æquales, alterum alteri, & vnum latus, vni lateri, quod adiacet angulis æqualibus, vtrique commune B C. *c* Quare & reliqua latera reliquis, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo, æqualem habebunt. æquale ergo eſt latus AB lateri CD; & A C, ipſi B D; & angulus BAC angulo B D C.

a prop.27.1 *b prop.27.1.* *c prop.26.1.*

Et

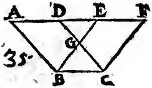
Et cum tã anguli A B C,BCD,quã CBD, A C B æquales ſint: *d* erit & totus A B D, toti A C D æqualis. oſtenſus eſt autem & B A C æqualis B D C: Parallelogrammorum ergo ſpaciorum quæ ex aduerſo, & latera, & anguli, inter ſe æqualia ſunt. Dico & diametrum illa bifariam ſecare. Cum enim A B,C D ęquales,& B C communis ſit: *e*runt duo latera AB,BC,duobus CD, B C æqualia, alterum alteri; & angulus A B C æqualis angulo B C D: *e* erit ergo & baſis A C baſi D B æqualis; & triangulum A B C triangulo B C D. Diametrus ergo B C, parallelogrammum A B C D bifariam ſecat. Quod oportuit demonſtrare. *d ax. 1.* *e prop. 4. 1.*

Propoſ. 35. Theor. 25.

Parallelogramma in eadem baſi; & in iiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

SVnto parallelogrãma A B C D,EBFC in baſi BC,& in parallelis AF in BC cõſtituta. Dico A B C D ęquale eſſe ipſi E B F C. Cum enim A B C D parallelogrammum ſit; *a* erunt B C,A D, æquales: eandem ob cauſam E F, B C æquales erant: *b* vnde & AD ipſi E F ęqualis erit;& com- *a prop. 34. 1* *b ax. 1.*

D munis

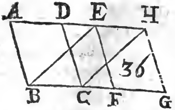


munis eſt D E: *c* ergo tota A E, toti D F æqualis eſt.
c ax.1. Eſt *d* verò & A B ipſi D C æqualis:
d prop.34.1 duę ergo E A, A B, duab' F D, D C æquales
e prop.29.1 ſunt, altera alteri; ſed & *e* angulus, F D C, angulo E A B æqualis eſt, externus inter-
f prop.4.1. no: *f* quare & baſis E B baſi F C æqualis erit; & triangulum E A B triangulo F D C.
g ax.3. Commune D G E auferatur; & erit *g* reliquum trapezion A B G D, reliquo E G F C æquale. Apponatur communis G B C tri-
h ax.2. angulus: *h* totum ergo A B C D parallelogrammum, toti E B F C æquale erit: ergo parallelogrãma in eadem baſi, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 36. Theor. 26.

Parallelogramma in æqualibus baſibus, & in iiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

SVnto parallelogramma A B C D, E F G H ſuper æqualibus baſib', B C, F G; & in iiſdem parallelis A H, G B conſtituta. Dico illa eſſe æqualia iungantur enim B E, C H. Quia enim B C, F G, æquales ſunt:



ſunt; eſtque F G qualis ipſi E H; *a* erit & B C ipſi E H æqualis: *b* ſunt verò & parallelæ, coniunguntque ipſas rectæ B E, C H. *c* Quæ autem æquales, & parallelas ad eaſdem partes coniungunt, equales, & parallelæ ſunt: Quare E B, C H æquales, & parallelę ſunt: *d* ergo E B C H eſt parallelogrãmum; eſtque æquale ipſi A B C D, quippe eandem cum illo baſim B C habens; & in iiſdem parallelis B C, A H conſtitutum. Eandem ob cauſam E F G H eidẽ E B C H eſt æquale. *e* Quare & A B C D parallelogrammum æquale eſt E F G H parallelogrammo. Ergo parallelogramma, &c. Quod demonſtrare oportuit.

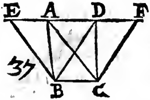
a *ax.1.* b *prop.33.1.* c *prop.33.1.* d *prop.35.1.* e *ax.1.*

Propoſ. 37. Theor. 27.

Triangula ſuper eadem baſi, & in iiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D C B ſuper eadem baſi B C; & in iiſdem parallelis A D, B C conſtituta. Dico triangulum A B C æquale eſſe triangulo D B C. Producatur A D vtrinq; ad E, & F; *a* & per B ipſi

a *prop.31.1.*



ipſi C A. per C verò ipſi B D, parallelę ducãtur BE, CF. Vtrumq; ergo E B AC, DBCF parallelogrammũ eſt: *b* ſuntq; æqualia; quippe in eadem baſi B C; & in iiſdem parallelis BC, EF conſtituta. *c* Et eſt parallelogrammi E B CA, dimidium triangulum A B C; diametrus enim A B ipſum biſecat: Parallelogrammi verò D B C F, dimidium eſt triangulum D B C; nam diametrus D C ipſum biſecat. *d* Quæ autẽ æqualium ſunt dimidia, & ipſa ſunt æqualia. Triangula ergo ſuper eadem baſi, &c. quod oportuit demonſtrare.

b prop. 35. 1

c prop. 34. 1

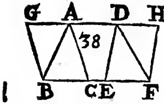
d ax. 7.

Propoſ. 38. Theor. 28.

Triangula ſuper æqualibus baſibus; & in iiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D E F ſuper æqualibus baſibus B C; E F; & in iiſdem parallelis B F, D A conſtituta. Dico illa eſſe æqualia. Producatur enim A D vtrinq; ad G & H. *a* Atq; per B, & F ducantur ipſis CA, DE parallelę BG, FH, eritq; vtrumq; G B C A,

a prop. 31. 1.

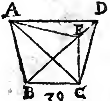


GBCA, DEFH parallelogrammũ, *b* Et ſunt æqualia quippe ſuper æqualibus baſibus BC, *b prop.36.1*
EF, & in iiſdem parallelis BF, GH conſtituta, *c* eſtque triangulum ABC dimidium parallelogrammi GBCA; ipſum enim diametrus AB biſecat: Et triangulum FED eſt dimidium parallelogrammi DEFH; *c* nam & ipſum diametrus FD biſecat. *d* Quæ autem æqualium ſunt dimidia, & ipſa ſunt æqualia. Triangulũ igitur ABC eſt æquale triangulo DEF. Quare triangula ſuper æqualibus baſibus, &c. Quod oportuit demonſtrare. *c prop.34.1* *c prop.34.1* *d ax.7.*

Propoſ. 39. Theor. 29.

Triangula æqualia ſuper eadem baſi, & ad eaſdem partes conſtituta, in iiſdem ſunt parallelis.

SVnto triangula æqualia ABC, DBC ſuper eadem baſi BC conſtituta. Dico illa in iiſdem eſſe parallelis. Ducta enim AD, dico illam eſſe parallelam ipſi BC. Si non. *a* Ducatur per A ipſi BC parallela AE: iuncta igitur EC, *b* erit triangulum *a prop.31.1.* *b prop.35.1.*



39

A B C æquale triangulo EBC; ſunt enim ſuper eadem baſi B C, & in iiſdem parallelis B C, A E. c ax.1. Sed triangulo A B C æquale ponitur triangulum D B C. c erit ergo D B C triangulum æquale ipſi E B C triangulo maius minori, quod fieri nequit: non ergo A E parallela eſt ipſi B C. pari modo demonſtrabimus quod nulla alia præter A D. Sunt igitur A D, B C parallelæ. Quare triangula æqualia ſuper eadem baſi, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ.40.Theor.30.

Aequalia triangula ſuper æqualibus baſibus, & ad eaſdem partes conſtituta, in iiſdem ſunt parallelis.



40

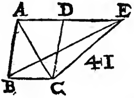
SVnto æqualia triangula ABC, C D E ſuper æqualibus baſibus B C, C E conſtituta. Dico illa in iiſdem parallelis eſſe. Si non: *a* Ducatur per A ipſi B E parallela F A. iuncta ergo F E, *b* erit triangu-

a prop.31.1.
b prop.38.1.

angulum A B C æquale triangulo F C E. Sunt enim ſuper æqualibus baſibus B C, C E, & in iiſdem parallelis B E, A F. Sed triangulum A B C æquale etiam eſt triangulo D C E: *c* erit ergo & D C E ipſi F C E æquale, maius minori, quod fieri nequit: non ergo A F ipſi D E parallela eſt. Similiter oſtendemus, quod præter A D, nulla alia. A D ergo ipſi B E parallela eſt. Triangula ergo æqualia, &c. quod demonſtrare oportuit. *c ax. 5.*

Propoſ. 41. Theor. 31.

Si parallelogrammum, & triangulum eandem habuerint baſim, ſintq́; in iiſdem parallelis, erit parallelogrammum duplum trianguli.

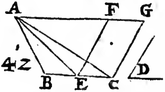


Sint parallelogrãmum ABCD, & triangulum E B C ſuper eadẽ baſi BC; & in iiſdem parallelis BC, A E. dico parallelogrammũ A B C D duplum eſſe trianguli E B C. Ducta enim A C, *a* erit triangulum A B C æquale triangulo E B C: habent quippe eandem baſim BC, & ſunt in iiſdem parallelis BC, A E. Sed parallelogram- *a prop. 37. 1*

grammum A B C D duplum eſt trianguli
b *prop.34.1* A B C; *b* diametrus enim A C ipſum biſe-
c *ax.1.* cat: *c* quare & trianguli EBC duplum erit. Si igitur parallelogrammum & triangulum,&c. Quod demonſtrare oportuit.

Propoſ.42. Probl. 11.

Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

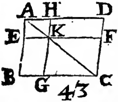


Eſto datum triangulū A B C: datus angulus rectiline' D. oporteat autem triangulo ABC æquale parallelogrammū con-
a *prop.10.1.* ſtituere in dato angulo D. *a* Biſecetur BC
b *prop.23.1* in E;iungatur A E;& *b* conſtituatur ad E rectę EC angulo D ęqualis angulus CEF.
c *prop.31.* Atq; *c* per A quidē agatur ipſi E C parallela AG:per C verò ipſi E F parallela CG, eritq; F E C G parallelogrammū. Et quia
d *prop.37.1.* B E, E C æquales ſunt, *d* erunt & triangula A B E, A E C æqualia; quippe ſuper æqualibus baſibus B E, E C,& in iiſdem parallelis B C, A G conſtituta:duplum ergo
e *prop.41.1* eſt triangulum A B C trianguli A E C: ſed *e* parallelogrammum FECG duplum quoque eſt trianguli A E C. Sunt enim ſuper

ſuper eadem baſi E C, & in ijſdem parallelis E C, A G: eſt ergo parallelogrammum F E C G æquale triangulo A B C; habetque angulum C E F æqualem dato angulo D. Dato ergo triangulo A B C æquale parallelogrammum F E C G conſtitutum eſt in angulo F E C, dato angulo D, æquali. Quod facere oportuit.

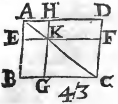
Propoſitio 43. Theor. 32.

Omnis parallelogrammi, eorum quæ circa diametrum ſunt parallelogrammorum complementa ſunt inter ſe æqualia.



SIT parallelogrammũ A B C D, diametrus eius A C; circa A C parallelogramma ſint EH, F G: & quæ dicuntur complementa BK, KD. Dico complementa BK, KD æqualia eſſe. quia enim A B C D parallelogrammum eſt, diametrus eius AC; fit *a* vt triangula ABC, ADC æqualia ſint. Rurſus quia E K H A parallelogrammum eſt, eius diametrus AK: *b* erunt triangula E A K, A H K æqualia. Eandem ob cauſam erunt æqualia trian-

a prop. 34. 1.
b prop. 34. 1.

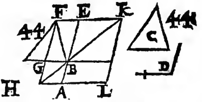


gula K F C, KGC. Cum igitur tã triangula AEK, A H K, quam K G C, K F C ſint æqualia; e-runt & duo AEK, KGC, duobus A H K, K F C æqualia. Eſt verò & totum A B C, toti A D C æquale; igitur reliquo complemento K D, reliquum B K eſt æquale. Omnis igitur parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 44. Probl. 12.

Ad datam rectam lineam dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo recti lineo.

SIT data recta A B; datus triangulus C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem ad datam rectam A B dato tri-



angulo C æquale parallelogrammum ap-
a prop.42.1 plicare in angulo æquali angulo D. a Cõſtituatur triangulo C æquale parallelogram-

grammum BEFG in angulo EBG æquali angulo D. & iaceat BE ipſi AB indirectum; producatur FG in H; *b* per A alterutri ipſarum BG, EF agatur parallela AH, & iungatur HB. Et quia in parallelas AH, EF recta HF incidit, *c* erunt anguli AHF, HFE duobus rectis æquales: *d* ergo BHG, GFE duobus rectis ſunt minores: *e* quæ autem à minoribus angulis quam ſint duo recti in infinitum producuntur, concurrunt: igitur HB, FE productæ concurrent; concurrant in K; *f* & per K ad alterutram ipſarum EA, FH ducatur parallela KL, productis HA, GB in L, M: erit igitur HLKF parallelogrãmum, diametrus eius HK: *g* parallelogramma circa HK, erunt AG, ME. Cõplementa LB, BF: *h* ergo LB ipſi BF æquale eſt: ſed & C ipſi BF eſt æquale: *i* erit igitur & LB ipſi C æquale. Et *k* quia angulus GBE æqualis eſt angulo ABM; & GBE æqualis angulo D: *l* erit & ABM, ipſi D æqualis. Ad datam ergo rectam, &c. Quod facere oportuit.

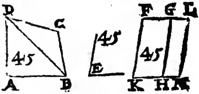
b *prop.31.1.* c *prop.29.1.* d *ax.9.* e *ax.11.* f *prop.31.1.* g *prop.43.1.* h *prop.43.1.* i *ax.1.* k *prop.15.1.* l *ax.1.*

Pro-

Propoſitio 45. Probl. 13.

Dato rectilineo æquali parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

ESTO datum rectilineum A B C D: datus angulus rectilineus E. Oporteat



autem ipſi A B C D æquale parallelogrammum in data angulo E conſtituere. iungatur D B, & *a* conſtituatur triangulo ABD æquale parallelogrammum F H in angulo H K F æquali angulo E. Deinde *b* applicetur ad lineam G H parallelogrammum G M triangulo D B C æquale, in angulo G H M æquali angulc E. Et *c* quia angulus E vtrique H K F, G H M eſt æqualis: erunt & H K F, G H M æquales: addatur communis K H G: *d* ergo H K F, K H G æquales erunt his G H M, K H G: at hi *e* ſunt æquales duobus rectis; ergo & illi. Quare ad punctum H rectæ G H poſitæ ſunt duæ lineæ K H, H M non ad eaſdem partes, facientes angulos deinceps æquales

a prop. 42. 1.
b prop. 44. 1
c per ſtruct.
d ax. 2.
e prop. 29. 1.

les duobus rectis, *f* in directū ergo erunt KH, HM. Et quia in parallelas KM, FG recta incidit HG, *g* erunt anguli alterni MHG, HGF æquales: Cōmunis apponatur HGL: *i* erunt ergo hi MHG, HGL, his HGF, HGL, æquales; *k* at illi ſunt æquales duobus rectis: ergo & hi: *l* in directum ergo eſt FG ipſi, GL. Et quia tam KF, HG quā HG, ML æquales & parallelæ ſunt: *m* erunt & KF, ML æquales & parallelæ: & coniungunt illas rectæ KM, FL: *n* ergo & KM, FL æquales & parallelæ erunt. Parallelogrammum ergo eſt KFLM. & cum triangulum ABD æquale ſit parallelogrammo HF; & triangulum DBC parallelogrammo GM, erit totum rectilineum ABCD toti KFLM æquale. Dato ergo rectilineo ABCD æquale parallelogrammum conſtituimus KFLM, in angulo dato E. Quod facere oportebat.

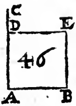
f prop. 14. 1
g prop. 27. 1
i ax. 2.
k prop. 29. 1
l prop. 14. 1.
m prop. 30. 1.
n prop. 33. 1.

Propoſitio 46. Probl. 14.

A data recta linea quadratum deſcribere.

ESto data recta AB, à qua quadratum deſcribere oporteat. *a* Ducatur à pūcto A rectæ AB ad angulos rectos AC; & fiat

a prop. 11. 1.



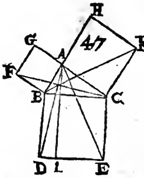
h prop.34.1 fiat *h* ipſi A B æqualis A D; *a* & à D ipſi A B agatur parallela
i per ſtruct. D E; *i* per B verò ipſi A D ducatur parallela B E: eſt ergo A D E B parallelogrammum:
b prop.34.1 *b* vnde A B ipſi D E, & A D ipſi
c per ſtruct. B E æqualis erit: *c* ſed & A B æqualis eſt ipſi A D. Omnes ergo quatuor B A, A D, D E, B E ſunt æquales; eſt ergo A D E B æquilaterum. dico quod & rectangulum. Cum enim recta A D in parallelas A B, D E
d prop.29.1 incidat, *d* erunt anguli B A D, A D E æ-
e per ſtruct. quales duobus rectis. *e* rectus autem eſt
f prop.34.1. B A D: ergo & A D E. *f* Parallelogrammorum autem ſpaciorum anguli & latera, quæ ex aduerſo, æqualia ſunt; erit igitur vterq; A B E, B E D rectus: rectangulum igitur eſt A D E B. Oſtenſum autem eſt &
g Def.27. æquilaterum: *g* ergo eſt quadratum; & à recta A B deſcriptum. Quod oportebat facere.

Propoſitio 47. Theor. 34.

In rectangulis triangulis, quod à latere rectum angulū ſubtendente deſcribitur quadratum, æquale eſt illis, quæ à lateribus rectum cōprehendentibus deſcribuntur quadratis.

Eſto

ESto triangulum rectangulum A B C, rectum habens B A C. Dico quadratum à latere B C deſcriptum, æquale eſſe quadratis à lateribus B A, A C deſcriptis.



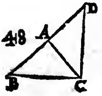
a deſcribãtur à re- *a prop. 46. 1.*
ctis B C, B A, A C quadrata BDCE; G B; H C; & *b* per *b prop. 31. 1.*
A, vtriq; B D, C E agatur parallela AL. iunganturq; A D, F C. Et quia vterque angulorũ B A C, B A G rectus eſt, ſuntq; ad punctũ A lineæ A B duæ rectæ A C, A G poſitæ, facientes angulos deinceps duobus rectis æquales, *c* erit A G ipſi A C in directum. *c prop. 14. 1.*
Eandem ob cauſam eſt A B ipſi A H in directum. Et quia angulus D B C æqualis eſt angulo F B A, quod vterque ſit rectus, ſi apponatur communis A B C: *d* erit totus *d ax. 2.*
D B A, toti F B C æqualis. Cumque duæ D B, B A, duabus B C, B F æquales ſint, altera alteri, & angulus D B A, angulo F B C æqualis; *e* erit & baſis A D, baſi F C æqualis, & triangulum A B D, triangulo F B C: *e prop. 4. 1.*
f eſtque trianguli A B D parallelogrammum B L duplum; habent enim eandem *f prop. 41. 1.*
Baſim

g prop. 41. 1 Baſim BD,& ſunt in ijſdem parallelis BD, A L. g Trianguli verò FBC duplum eſt quadratum GB; habent enim eandē baſim FB, & ſunt in ijſdem parallelis FB, h ax. 1. GC; h quæ autem æqualium ſunt dupla, æqualia inter ſe ſunt: parallelogrammum ergo BL æquale eſt GB quadrato. Eodem modo iunctis AE, BK demonſtrabitur CL æquale eſſe quadrato HC: Totum ergo quadratum DBEC æquale eſt duobus GB, HC quadratis: & eſt DBEC à BC; ipſa vero GB, HC à BA, AC, deſcripta: Quadratum ergo à BC deſcriptū æquale eſt quadratis à BA, AC deſcriptis. In rectangulis ergo Triangulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 48. Theor. 35.

Si quadratum ab vno trianguli latere deſcriptum, æquale fuerit quadratis à reliquis lateribus deſcriptis angulus à reliquis lateribus contentus, rectus erit.

48



ESto quadratū à latere BC trianguli ABC deſcriptum, æquale quadratis à lateribus BA, AC deſcriptis. Dico angulum BAC

BAC rectum eſſe. *a* Ducatur enim ab A puncto lineæ A C ad angulos rectos recta AD, & ſit *b* AD ipſi AB æqualis, iungaturque D C. Et quia D A, A B æquales ſunt, erit & quadratum ab A D deſcriptum æquale quadrato ab A B deſcripto. apponatur commune quadratum ab A C deſcriptum: *c* erunt igitur quadrata ipſarũ D A, A C æqualia quadratis ipſarum B A, A C. Sed quadrata ipſarum D A, A C æqualia ſunt quadrato ipſius D C. *d* angulus enim D A C rectus eſt. Quadratis autem ipſarum AB, A C ponitur æquale quadratum ipſius BC. quadrata ergo ipſarum DC, BC ſunt æqualia: ergo & latera. Et cum A D, A B æquales ſint, communis A C, igitur duæ D A, A C, duabus B A, A C ſunt æquales, & baſis D C baſi B C: *e* erit ergo & angulus D A C angulo B A C æqualis: Eſt vero D A C rectus: ergo & B A C rectus erit. Si ergo quadratum, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a *prop.11.1.*
b *prop.2.1.*
c *ax.2.*
d *per ſtruct.*
e *prop.8.1.*

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

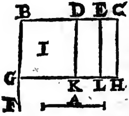
Definitiones.

1. Omne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur à duabus rectis lineis angulum rectum comprehendentibus. *Vt in propoſ. 1. parallelogrammum B H continetur à lineis B C, B G, quæ angulum rectum B continent.*
2. Parallelogrammi ſpacij vnum eorum, quæ circa diametrum ſunt parallelogramnorum, cum duobus cõplementis gnomon vocetur. *Vt in propoſ. 5. figura C B F G H L contenta parallelogrammis D L, H F, & quadrato D C.*

Pro-

Propoſitio 1. Theor. 1.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, quarum altera ſecetur in quotcunque partes, rectangulum ab ipſis contentum, æquale erit rectangulis ab inſecta, & ſingulis ſectæ partibus contentis.



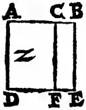
Sint duæ rectæ. A, BC, quarum BC ſecetur vtcunq; in D, & E. Dico rectangulum lineis A, & BC contentum æquale eſſe rectangulis contentis A, BD; & A, DE; & A, EC. *a* Ducatur enim ex B ipſi BC ad angulos rectos BF, fiatq; *b* ipſi A æqualis BG; & *c* per G ipſi BC parallela ducatur GH; per D, E, C verò ipſi BG parallelæ ducantur DK, EL, CH. Eſt autem BH æquale ipſis BK, DL, EH. Nam BH eſt rectangulum ipſarum A, BC; Continetur enim ipſis BC, BG, & BG eſt ipſi A æqualis. BK, eſt rectangulum ipſarum A, BD; Continetur enim rectis GB, BD: ſiquidem GB ipſi A æqualis eſt. DL eſt rectangulum ipſarũ A, DE; nam & DK æqualis eſt ipſi A, & ſimiliter

a prop. 11. 1.
b prop. 2. 1.
c prop. 31. 1.

liter E H eſt rectangulum ipſarum A, E C. Eſt ergo quod A, B C continetur æquale illis, quæ A, B D: A, D E; & A, E C continentur. Si ergo fuerint duæ rectæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 2. Theor. 2.

Si recta linea ſecetur vtcunque, erunt rectangula, quæ toto & partibus continentur, æqualia quadrato, quod fit à tota.



Recta AB ſecetur vtcunque in C. Dico rectangula ipſis A B, A C, & A B, B C contenta, æqualia eſſe, quadrato ipſi AB. *a* Deſcribatur ſuper A B quadratum ABDE, & ducatur per C ad vtramq; A D, B E parallela C F. *b* æquale ergo eſt A E ipſis A F, C E. Eſt autem A E quadratum ipſius A B, rectangulum ipſarũ B A, A C eſt A F; Continetur enim ipſis A D, A C; & eſt A D ipſi AB æqualis. C E cõtinetur. AB, BC; Eſt autem BE ęqualis ipſi AB: Ergo quæ AB, AC; & AB, C B continentur æqualia ſunt quadrato ipſius A B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonſtrare oportebat.

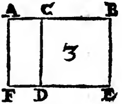
a prop. 46. 1

b prop. 1. 2.

Pro-

Propoſitio 3. Theor. 3.

Si recta linea vtcunq; ſecetur, erit rectangulum tota, & vna parte contentum, æquale rectangulo partibus contento, & quadrato à dicta parte deſcripto.



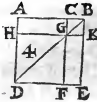
Recta A B ſit vtcunq; ſecta in C. Dico rectangulũ AB, B C contentum, æquale eſſe, & rectangulo A C, C B; & quadrato B C cõtento. *a* Deſcribatur enim à BC quadratum C D B E, producaturque E D in F; & *b* per A vtrique C D, B E parallela ducatur, A F: *c* Ergo AE æquale eſt, ipſis A D, C E. Eſtque A E rectangulum ipſis A B, B C contentum; continetur enim ipſis A B, B E, & *d* eſt B E ipſi B C æqualis. A D verò eſt rectangulum ipſarum A C, CB; eſt enim D C ipſi C B æqualis. D B, deniq; eſt quadratum ipſius CB. Rectangulũ ergo A B, B C contentum, æquale eſt A C, C B contento, vna cum quadrato ipſius C B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonſtrare oportuit.

a *prop. 46. 1.*
b *prop. 31. 1.*
c *prop. 1. 2.*
d *def. 27. 1.*

Propoſitio 4. Theor. 4.

Si recta linea vtcunq; ſecetur, quadratum totius æquale erit & partium quadratis, & rectangulo bis partibus contento.

RECta AB ſecetur vtcunque in C. Dico quadratum ipſius A B æquale eſſe quadratis ipſarum AC, CB; & rectangulo
a prop. 46. 1. bis A C, C B contento. *a* Conſtituatur enim ſuper A B quadratum A D E B, du-
b prop. 31. 1. caturque BD; ac *b* per C vtrique A D, E B ducatur parallela C F; per G verò vtrique
c per ſtruct. A B, DE parallela H K. Et *c* quia C F, A D
d prop. 29. 1 parallelæ ſunt in ipſaſq; incidit B D, *d* erit externus angulus B G C æqualis interno
e prop. 5. 1. & oppoſito A D B: *e* ſed ADB eſt æqualis ipſi CBD; quod & latus BA lateri AD ſit æquale; erit igitur & C G B angulus, æqualis



f prop. 6. 1. GBC angulo. *f* Quare &
g prop. 33. 1. latus BC lateri CG æquale erit: *g* ſed & C B ipſi G K, & C G ipſi K B eſt æquale; erit ergo & G K ipſi K B æquale; æquilaterum ergo eſt CGKB. Dico quod & rectangulum, Cum enim CG, B K parallelæ ſint,

ſint, in ipſaſque incidat C B; erunt *h* anguli KBC, G C B æquales duobus rectis: *i* rectus autem eſt K B C; ergo & GCB rectus erit. *k* Quare & qui ex aduerſo CGK, GKB recti erunt; rectangulũ igitur eſt CGKB. Demonſtratum autem eſt, quod & æquilaterum: quadratum *l* ergo eſt; & eſt à CB deſcriptum. Eandem ob cauſam & H F quadratum eſt; & eſt ab H G deſcriptum, hoc eſt, ab A C. Sunt ergo quadrata H F, CK ab ipſis AC, CB deſcripta. Et quia AG ipſi GE *m* ęquale eſt, eſtq; AG ꝗ A C, C B cõtinetur; ſunt n. GC, C B æquales; erit & GE ęquale AC, CB contento. Ergo A G, GE ęqualia ſunt bis A C, CB cõtento. Sunt autem & H F, C K quadrata ipſarum A C, BC: quatuor ergo H F, C K, A G, G E æqualia ſunt, & quadratis ipſarum AC, CB; & rectangulo bis A C, C B contento. Sed H F, C K, A G, G E conſtituunt totum A D E B, quod eſt quadratum ipſius A B. Quadratum ergo ipſius A B æquale eſt quadratis ipſarum AC, CB, & rectangulo bis A C, C B contento. Si ergo, &c. Quod demonſtrare oportuit.

h prop. 29. 1.
i def. 27. 1.
k prop. 34. 1.
l def. 27. 1.
m prop. 43. 1.

Alia demonſtratio.

DIco quadratum ipſius A B æquale eſſe quadratis partium A C, C B,& rectangulo bis A C,C B contento. In eadem
a prop. 5.1. figura,cum B A, A D ſint æquales, *a* erunt
b prop. 32.1 & anguli A B D, A D B æquales. Et *b* cum omnis trianguli tres anguli ęquales ſint duobus rectis; erunt & trianguli A B D tres A B D, A D B, B A D æquales duobus
c per ſtruct. rectis. *c* & eſt B A D rectus: ergo reliqui A B D, A D B vni recto æquales; cumque
d per ſtruct. ſint æquales, erit vterq; ſemirectus. *d* re-
& per 29.1. ctus autẽ eſt B C G, eſt namq; æqualis angulo oppoſito ad A; reliquus ergo C G B
f prop. 32.1. ſemirectus eſt: *f* igitur æquales ſunt C G B,
g prop. 6.1. C B G: *g* quare & latera B C, C G æqualia
h prop 33.1. erunt: *h* ſed C B æquale eſt ipſi K G,& C G
i per ſtruct. ipſi B K: ergo C K eſt æquilaterũ; *i* cumq; habeat angulũ C B K rectũ: quadratũ erit C K,& quidem,quod fit ex C B. Eandẽ ob cauſam quadratũ eſt F H,eſtq; æquale illi, quod fit ex A C: ſunt ergo C K, H F quadrata; æqualiaq́; quadratis ipſarum A C,
k prop. 43.1 C B. Et *k* cum A G, E G æqualia ſint, ſitque A G id, quod A C,C B continetur, ſunt enim C G, C B æquales: ergo E G æquale eſt contento A C, C B: igitur A G, G E æqualia ſunt bis A C, C B con-

contento. Sunt verò & CK, HF æqualia quadratis ipſarum AC, CB: Ergo CK, HF, AG, GE æqualia ſunt quadratis ipſarum AC, CB; & bis AC, CB contento: ſed CK, HF, AG, GE totum AE conſtituunt, quod eſt ipſius AB quadratum. Ergo quadratũ ipſius AB æquale eſt quadratis ipſarum AC, CB, & rectangulo bis AC, CB contento. Quod oportuit demonſtrare.

Corollarium.

Ex his manifeſtum eſt in quadratis ſpaciis illa quæ circa diametrum ſunt, quadrata eſſe.

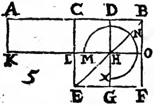
Propoſ. 5. Theor. 5.

Si recta linea ſecetur in æqualia, & in inæqualia, erit rectangulum inæqualibus totius partibus contẽtum vna cum quadrato lineæ, quæ inter ſectiones interiicitur æquale ei, quod à dimidia fit quadrato.

Recta AB *a* ſecetur in æqualia ad C; in inæqualia ad D. Dico contentũ AD, DB rectangulum cum quadrato quod ex CD, ęquale eſſe quadrato ipſius CB, *b* Deſcribatur enim ſuper BC quadratũ CEFB; & — a *prop.10.1.* — b *prop.46.1*

c prop.46.1 &ducatur BE;c atq; per D vtriq; CE,B F ducatur parallela D G: per H verò vtriq; C B, E F parallela K O. Rurſusq́ue per A vtriq; C L,BO parallela AK;& cum com-

d prop.43.1 plementa C H,H F d æqualia ſint,ſi addatur commune D O; erit totum C O, toti D F ęquale.Sed C O ęquale eſt A L;quod & A C ipſi C B ſit æqualis: erit igitur & A L ipſi D F æquale: ſi addatur cõmune C H,erit A H



ipſis D F, D L æquale: ſed A H, contento

e Coroll. 4. prop.2. A D,D B eſt æquale; e eſt enim & D H ipſi D B ęqualis:FD, DL autem ſunt gnomon

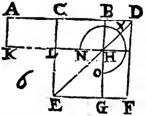
f ax.1. M N X: f ergo gnomon M N X eſt æqualis A D, D B contento, Si L G commune, quod eſt æquale quadrato ex C D, addatur:erunt M N X gnomon, & L G æqualia contento A D, D B, & illi quod ex C D fit quadrato.Sed gnomon M N X, & L G totum C E F B quadratum,quod eſt quadratum ex C B:ergo A D, D B contẽtum, cum quadrato quod fit ex C D,æquale eſt quadrato ipſius C B. Si ergo recta linea ſecteur,&c. Quod oportui demonſtrare.

Pro

Propoſ.6. Theor.6.

Si recta linea biſecetur, eiq; in directum quadam recta adiiciatur, erit rectangulum, quod fit ex tota compoſita, & adiecta, vnà cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato quod fit ex dimidia & adiecta.

RECta A B biſecetur in C, adiiciaturq; ei quędam B D in directum. Dico rectangulum A D, D B contentum, cum quadrato rectæ C B, æquale eſſe quadrato quod fit ex C D. *a* Deſcribatur enim ſuper C D quadratum C E F D; ducaturq; D E. & *b* per B quigem vtriq; E C, D F parallela ducatŭ B G: per H verò vtrique A D, E F parallela K M. Item per A vtriq; C L, D M parallela A K. Cum igitur A C æqualis ſit rectæ C B; erit & A L æquale ipſi C H: ſed C H *c* æquale eſt ipſi H F: ergo & A L, ęquale eſt ipſi H F. Commune addatur C M: *d* totŭ ergo A M gnomoni N X O erit æquale: ſed A M eſt quod continetur A D, D B (eſt *e* enim D M æqua-

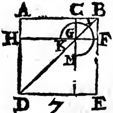


a prop.46.1
b prop.31.1
c prop.43.1
d ax.2.
e def.17.

qualis ipſi D B):&gnomon N X O æqualis eſt A D,D B contento. Commune addatur L G, quod eſt æquale quadrato rectæ C B: ergo contentum A D,D B, cum quadrato ipſius B C, æquale eſt gnomoni NXO,& L G,Sed gnomon NXO,& L G ſunt quadratum C E F D, quod eſt quadratum ipſius C D: ergo quod A D, DB cōtinetur,cũ quadrato ipſius B C,æquale eſt ipſius C D quadrato. Si ergo recta linea,&c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ.7.Theor.7.

Si recta linea ſecetur vtcumque, quod à tota,quodq́; ab vna partium ſit,vtraque quadrata, aqualia ſunt ei, quod bis à tota & dicta parte fit rectangulo,vna cum alterius partis quadrato.



Recta AB ſecetur vtcumque in C. Dico quadrata, quæ ex A B, C B fiunt,ęqualia eſſe bis AB, BC contento, & quadrato quod fit ex A C. a Deſcribatur enim ſuper A B quadratum A D E B, & figura * conſtruatur.

a prop.46.1
* Vt in præcedentibus.

Et

Et quia A G, G E ęqualia ſunt, ſi commune C F addatur, erunt tota A F, C E æqualia: vtraq; ergo A F, C E dupla ſunt ipſius A F: ſed A F, C E ſunt gnomon K L M & C F quadratum: gnomon ergo K L M, & C F dupla ſunt ipſius A F. Eſt vero eiuſdem A F duplum bis A B, B C contẽtum; *b* ſunt enim, B F, B C æquales. Gnomon ergo K L M, & C F æquantur bis A B, B C contento. Commune addatur D G, quod eſt quadratũ ex A C: gnomon ergo KLM, & quadrata B G, G D æquantur bis A B, B C contento, & quadrato quod ex A C. Sed gnomon KLM, & quadrata BG, GD ſunt totum A D E B, & C F; quæ ſunt ex A B, B C quadrata. Quadrata ergo ex AB, B C æquantur bis A B, B C contento, & quadrato ex A C: ſi ergo, recta linea, &c. Quod oportuit demonſtrare. b *def.17.*

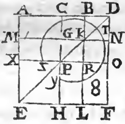
Propoſ. 8. Theor. 8.

Si recta linea ſecetur vtcumq́, rectangulum quater totá, & vna parte contentum, cum quadrato alterius partis, æquale eſt quadrato à tota & dicta parte, tanquam ab vna linea deſcripto.

Recta

REcta A B ſit ſecta vtcumque in C. Dico rectangulum quater AB, B C contentum, cum eo, quod fit ex A C quadrato æquale eſſe quadrato, quod fit ex A B, B C, tanquam ex vna linea. Producatur enim A B in directum, & ſit B D æqualis

a prop. 46.1 C B; & a ſuper A D conſtituatur quadratum A E F D, & dupla figura conſtruatur. Quia igitur C B ipſis B D; G K; B D verò ipſi K N æqualis eſt; erunt & G K, K N æquales. Ob eandem cauſam, erunt P R, R O æquales. Cumque tam B C, B D; quam G K, K N æquales ſint; b erũt etiam



b prop. 36.1 tam C K, K D: quam G R, R N æqualia: ſed C K, R N c ſunt æqualia (ſunt enim

c prop. 43.1 complementa parallelogrammi CO) igitur & K D, G R æqualia erunt. Quatuor ergo DK, CK, GR, RN ęqualia ſunt: quatuor ergo illa ſunt quadruplicia ipſi' CK. Rurſus cum C B ipſi B D: B D d ipſi B K,

d corol. 4.2. hoc eſt, ipſi C G; & C B ipſi G K, hoc eſt,

e def. 27. ipſi G P æqualis ſit, erit C G ipſi G P æqualis. Et cum C G ipſi G P; & P R ipſi R O æqualis ſit; erit & A G ipſi M P; & P L

f prop. 43.1 ipſi R F æquale. Sed M P, P L ſunt e æqualia,

lia, quippe parallelogrammi ML complementa, erunt & A G, R F æqualia. Quatuor ergo A G, M P, PL, R F ſunt æqualia; quatuor ergo illa quadruplicia ſunt ipſius A G, Oſtenſa autē ſunt & C K, K D, G R, R N ipſius C K quadruplicia: ergo octo ill quæ gnomonē S T Y continēt, quadrupla ſunt ipſius AK: & cum AK contento AB, BD ſit ęquale, eſt enim BK, ipſi BD ęqualis. erit quater A B, B D contentum, quadruplum ipſius A K. oſtenſus eſt autem & gnomō S T Y quadruplex ipſi' A K. Quod ergo quater AB, BD continetur ęquale eſt gnomoni S T Y. Commune addatur X H (quod æquale eſt quadrato ex A C) quater ergo A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato quod fit ex A C, æquale eſt gnomoni S T Y, & X H. Sed gnomon & X H ſunt A E F D quadratum, quod eſt quadratum ex A D: ergo quater A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato ex A C, eſt æquale illi, quod fit ex A D quadrato, hoc eſt, quod fit ex A B, B C tanquam ex vna linea. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Pro-

Ergo G E F ipſi E F G eſt æqualis; *e* quare & latus E G lateri F G æquale erit. Rurſus cum angul⁹ ad B ſemirectus ſit; rectus F D B (eſt enim æqualis interno & oppoſito E C B) erit reliquus B F D ſemirectus. Eſt ergo angulus ad B æqualis D F B angulo. *f* Quare & latus B F lateri D B ęquale erit: Et cum A C, C E æquales ſint, erunt & quadrata ex A C, C E ęqualia: dupla ergo ſunt quadrato ex A C: *g* æquale autem eſt quadratis ex A C, C E quadratum ex E A (nam angulus A C E rectus eſt) eſt igitur quod ex E A duplũ eius quod ex A C. Rurſus cum E G, G F æquales ſint; erunt & quæ ex E G, G F quadrata æqualia: dupla ergo ſunt eius quod fit ex G F: Et *h* æqualia eius, quod ex E F: ergo quod ex E F duplum eſt eius, quod ex G F quadrati (ſunt autem G F, C D ęquales) ergo quod ex E F duplum eſt eius, quod ex C D. Eſt autem & quod ex A E duplum eius, quod ex A C: ergo quadrata quæ ex A E, E F dupla ſunt eorum, quę ex A C; C D. Quadratis autem ex A E, F F, *i* æquale eſt quod ex A F (eſt enim angulus A E F rectus) ergo quod ex A F quadratum duplum eſt eorum, quæ ex A C, C D: ei autem, quod ex A F *k* æqualia ſunt quæ ex A D, D F

e prop. 23. 1.
f prop. 6. 1.
g prop. 6. 1.
h prop. 47. 1
i prop. 47. 1
k prop. 47. 1
l prop. 47. 1.

F ꝺ fiunt

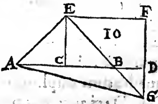
fiunt(nam angulus ad D rectus eſt)igitur quæ ex A D, D F dupla ſunt eorum, quæ ex A C, C D quadratorum (ſunt autem D F, D B æquales) ergo quæ ex A D, D B quadrata, dupla ſunt eorum, quæ ex A C, C D. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 10. Theor. 10.

Si recta linea biſecetur, eiq; in rectum quædam alia adiiciatur; quæ à tota cum adiecta, & ab adiecta fiunt quadrata, dupla erunt quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & à compoſita ex dimidia & adiecta.

Recta A B biſecetur in C, adiiciaturq; ei in rectum B D. Dico quadrata quæ ex AD, DB dupla eſſe eorum, quæ ex A C, C D. *a* Ducatur enim ex C ipſi A B ad angulos rectos C E; *b* ſitq; C E ipſis, A C, C B æqualis; & iungantur A E, E B. atq; *c* per E ipſi A D agatur parallela E F. Per D verò ipſi C E parallela D F; & cum in parallelas E C, F D inci-

a prop.11.1.
b prop.2.1.
c prop.31.1.



incidat E F, *d* erunt anguli C E F, E F D æquales duobus rectis: unde F E B, E F D duobus rectis minores erunt. *e* Quæ autem à minoribus quã ſint duo recti producuntur rectæ lineæ, concurrunt: ergo EB, F D ad partes B, D productę concurrent: concurrant in G, iungaturque A G. Et quia A C, C E æquales ſunt, *f* erunt & anguli A E C, E A C æquales; *g* & eſt angulus ad C rectus: ergo E A C, A E C ſunt ſemirecti. Eandem ob cauſam CEB, EBC ſemirecti ſunt: ergo AEB rectus eſt: cumque E B C ſit ſemirectus, *h* erit & D B G ſemirectus: eſt verò B D G rectus; *i* æqualis enim eſt angulo D C E, quod ſint alterni: reliquus ergo D G B ſemirectus eſt: quare anguli D G B, D B G æquales ſunt; *k* erunt igitur & latera B D, G D æqualia. Rurſus cum E G F ſemirectus ſit: *l* rectus qui ad F (eſt enim ad C oppoſito æqualis) erit & FEG ſemirectus: ſunt igitur EGF, F E G æquales. *m* Quare & latera G F, E F æqualia erunt. Cum ergo E C, C A æquales ſint; erit & quod ex E C quadratum, æquale ei, quod ex A C: Quadrata ergo quæ ex E C, C A, dupla ſunt eius, quod fit ex C A: illis autem, quæ ex C E, C A, *n* æquale eſt quod ex E A: ergo quod

d *prop.29.1*
e *ax.11.*
f *prop.5.1.*
g *per ſtruct.*
h *prop.15.1.*
i *prop.29.1.*
k *prop.6.1.*
l *prop.34.1*
m *prop.6.1.*
n *prop.47.1*

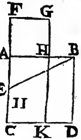
ex EA duplum eſt eius quod ex AC. Rurſus cum GF, EF ſint æquales, erunt & quæ ex FG, FE quadrata æqualia. Sunt ergo quæ ex FG, FE dupla eius, quod ex
o prop. 47. 1 EF: illis autem, quæ ex GF, FE o æquale eſt quod ex EG: ergo quod ex EG duplum eſt eius, quod ex EF, ſunt autem EF, CD æquales: ergo quod ex EG duplum eſt eius quod ex CD: oſtenſum eſt autem id, quod ex EA duplum eſſe eius quod ex AC: quæ ergo ex AE, EG quadrata dupla ſunt eorum, quæ ex AC, CD:
p prop. 47. 1 illis autem quæ ex AE, EG p æquale eſt quod ex AG: ergo quod ex AG duplum eſt eorum, quæ ex AC, CD: ei autem
q prop. 47. 1 quod ex AG, q æqualia ſunt, quæ ex AD, DG: ergo quæ ex AD, DG quadrata dupla ſunt eorum, quę ex AC, CD, æquales autem ſunt DG, DB: ergo quæ AD, DB quadrata, dupla ſunt eorum, quæ ex AC, CD. Si ergo recta linea biſecetur, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Pro-

Propoſ. 11. Probl. 1.

Datam rectam ſecare, vt quod tota, & vna parte continetur rectangulum, æquale ſit quadrato quod fit ex reliqua parte.

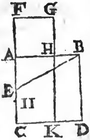
SIt data recta A B, quam oporteat ita ſecare, vt quod ex tota & vna partium fit rectangulum, æquale ſit ei, quod ex altera parte fit quadrato. *a* Deſcribetur ex AB quadratum ABCD, & *b* biſecatur AC in E, iungaturq; BE. producatur CA in F, ſitq; EF *c* æqualis rectæ BE. *d* cõſtituatur ſuper AF quadratum FH, & producatur GH in K. Dico rectam AB in H ſectam eſſe, vt AB, BH contentum rectangulum, ęquale ſit ei, quod ex AH fit quadrato. Cum enim recta AC biſecta ſit in E, eique adiecta in directum A F; *e* erit CF, FA contentum, cum eo quod ſit ex A E, ęquale illi quod fit ex EF, ſunt autem EF, EB ęquales: ergo CF, FA contentum, cũ eo quod fit ex A E, æquale eſt illi, quod ex E B quadrato: ſed ei, quod ex E B *f* æqualia ſunt, quæ ex B A, A E quadrata (rectus enim eſt angulus ad A) ergo quod



a prop. 46. 1
b prop. 10. 1.
c prop. 2. 1
d prop. 46. 1
e prop. 6. 2.
f prop. 47. 1.

C F,F A continetur,cum illo quod ex A E quadrato,ęquale eſt illis,q̃ ex B A,A E quadratis; Commune quod ex A E auferatur; reliquum ergo,quod C F,F A continetur, æquale eſt ei, quod ex A B quadrato. Eſt

g def.17.



autem C F, F A contẽtum, ipſum F K (g nam A F,F G ſunt æquales) Quod autem fit ex A B, eſt A D quadratum: ergo FK, A D ſunt æqualia. Commuue A K auferatur: eruntque reliqua FH, H D æqualia. Eſt au-

h def.17.

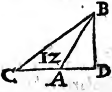
tẽ H D quod A B,B H continetur h (ſunt enim AB,B D æquales) F H autẽ eſt quod fit ex A H quadratũ. Ergo quod A B,B H continetur rectangulum, æquale eſt quadrato quod ex A H: recta ergo A B ſecta eſt in H, vt quod AB,BH continetur rectangulũ æquale ſit ei, quod ex A H fit quadrato. Quod facere oportebat.

Propoſ.12.Theor.11.

In triangulis obtuſangulis quadratum quod fit à latere angulum obtuſum ſubtendente, maius eſt quadratis laterum obtuſum continentium, rectangulo bis contento & ab vno latere obtuſum continen-

tinentur in quod productum perpendicularis cadit, & à linea exterius aſſumpta à perpendiculari ad angulum obtuſum.

SIt triangulum obtuſangulum A B C, obtuſum angulum habẽs B A C. *a* Ducatur ex B ad C A productam perpendicularis B D. Dico quadratum ex B C maius eſſe eis, quæ ex B A, A C, rectangulo bis C A, A D contẽto. Cum enim recta C D ſecta ſit vtcũque in A; *b* erit quod ex D C æquale illis, quæ ex C A, A D quadratis; & ei, quod bis C A, A D cõtinetur. Commune addatur, quod ex D B. Ergo quæ ex C D, D B æqualia ſunt illis, quæ ex C A, A D, D B quadratis; & illi, quod bis C A, A D continetur: ſed illis, quę ex C D, D B quadratis, *c* ęquale eſt quod ex C B (eſt enim angulus ad D rectus) illis autem, quę ex A D, D B *d* æquale eſt, quod ex A B quadratum. Quod igitur ex C B æquale eſt illis, quæ ex C A, A B quadratis, & rectangulo bis C A, A D contento. In triangulis ergo obtuſangulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.



a *prop.12.1*

b *prop.4.2*

c *prop.47.1*

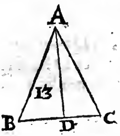
d *prop.47.1*

Propoſ. 13, Theor. 12.

In acutangulis triangulis quadratum lateris acutum angulum ſubtendentis minus eſt quadratis acutum continentibus rectangulo bis contento, & ab vno latere acutum continente, in quod perpendicularis cadit, & à linea à perpendiculari intus aſſumpta ad angulum acutum.

a prop. 12. 1.

SIt acutangulum triangulum ABC, habẽs acutũ B: *a* ducatur ab A in BC perpendicularis AD. Dico quadratũ quod fit ex A C minus eſſe illis quæ fiunt ex C B, B A, rectangulo bis C B, B D contento. Cũ enim recta C B ſecta ſit vtcumq; in D; *b* erunt quæ ex C B, B D quadrata æqualia bis CB, BD contento, & illi quod ex D C quadrato. Commune addatur, quod ex A D: Ergo quæ ex C B, B D, D A quadrata, æqualia ſunt bis C B, B D contento, & quadratis quæ ex A D, D C. Sed illis, quæ ex B D, D A, quale eſt quod ex A B (eſt einm angulus ad D rectus) illis



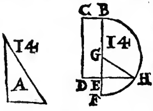
b prop. 7. 2

illis verò quę ex AD, DC ęquale eſt quod ex AC. Ergo quæ ex CB, BA, æqualia ſunt & illi quod ex A C quadrato; & illi quod bis C B, B D continetur. Quare quod ex ACquadratum minus eſt illis, quæ ex CB, B A quadratis, rectangulo bis B C, B D contento. In triangulis ergo acutangulis, &c. Quod demonſtrare oportuit.

Propoſitio 14. Probl. 2.

Dato rectilineo æquale quadratum conſtituere.

ESTO rectilineum A, cui oporteat æquale quadratum conſtituere. *a* Fiat rectilineo A æquale parallelogrammum rectangulum B D. Si igitur B E, E D fuerint æquales, factum eſt quod petitur; erit enim rectilineo A æquale quadratũ B D. *a prop. 45. 1.*



Si non; erit vna ipſarum B E, E D maior: Sit maior B E, quę producatur in F, *b* fiatque F E, ipſi E D æqualis, *c* biſeceturque F B in G, & centro G, interuallo G B, aut G F deſcribatur ſemicirculus B H F, & producatur D E in H, *b prop. 2. 1.* *c prop. 10. 1.*

 du-

ducaturque G H. Cum itaque recta B F ſecta ſit æqualiter in G, inæqualiter in E;
d prop. 5. 2. d erit quod B E, E F continetur, cum eo quod ex E G quadrato, æquale ei quod ex G F quadrato. Sunt autem G F, G H æquales. Quod ergo B E, E F continetur cum eo quod ex G E, æquale eſt illi, quod
a prop. 47. 1. ex G H; illi verò quod ex G H, e æqualia ſunt quæ ex H E, G E quadrata: ergo quod B E, E F continetur, cum eo quod ex G E, æquale eſt illis, quæ ex H E, G E: Commune auferatur, quod ex G E; & erit reliquum, quod B E, E F continetur, æquale ei, quod ex E H quadrato: ſed quod B E, E F continetur eſt ipſum B D, ſiquidem E F, E D ſunt æquales: parallelogrammũ ergo B D æquale eſt ei quod ex H E quadrato: Eſt autem B D æquale rectilineo A: ergo rectilineum A æquale eſt quadrato ex E H deſcripto. Dato ergo rectilineo A, æquale quadratum conſtituimus, id nimirum quod ex E H.

Quod facere oportuit.

LIB. III.

ELEMENTVM TERTIVM EVCLIDIS.

Definitiones.

1. Æquales circuli ſunt, quorum diametri ſunt æquales; vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.
2. Recta linea circulum tangere dicitur, quæ contingens circulum, & producta ipſum non ſecat. *In figura propoſ. 16. linea A E tangit circulum A B C. In 18. & 19. D E tangit circulum A B C.*
3. Circuli ſe tangere dicuntur, qui ſeipſos contingentes, ſe ipſos non ſecant. *Circuli ſe contingunt aut interius, vt propoſ. 6. circuli A B C, D E C; aut exterius, vt propoſ. 12. circuli B A C, D A E.*

4. In

4. In circulo æqualiter à centro diſtare dicuntur rectæ lineæ, cum à centro ad ipſas perpendiculares ductæ æquales fuerint. *Vt propoſ. 14. lineæ A B, C D à centro E, æqualiter diſtant quod E F, E G ſint æquales.*

5. Magis diſtare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

6. Portio circuli, eſt figura quæ recta linea & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propoſ. ſunt portiones A C B, A E B.*

7. Portionis angulus eſt, qui recta linea, & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propoſ. ſunt anguli C A B, E A B, recta A B, & peripheriis C A, E A contenti.*

8. In portione angulus eſt, cum in circumferentia portionis acceptum punctum fuerit, & ab ipſo ad terminos rectæ lineæ, quę eſt baſis portionis, iunguntur rectæ, angulus inquam his rectis contentus. *Vt in 26. propoſ. angulus E D F eſt in portione E D F.*

9. Quando vero lineæ angulum continentes, aſſumunt peripheriam, in illa inſiſtere angulus dicitur. *Vt in pro-*

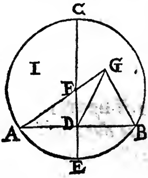
propoſ. 27. angulus E D F *inſiſtit peripheriæ* E F.

10. Sector circuli eſt, quando angulus ad centrum circuli conſtiterit, figura contenta rectis lineis angulum cõprehendentibus, & peripheria ab ipſis aſſumpta. *Vt in propoſ. 27. ſector dicitur figura* E H F.

11. Similes circuli portiones ſunt, quę capiunt æquales angulos, aut in quibus anguli æquales conſiſtunt.

Propoſitio 1. Probl. 1.

Dati circuli centrum inuenire.



ESto datus circulus A B C, cuius cẽtrum inuenire oporteat. Ducatur quædam recta linea A B vtcunque, *a* biſeceturque in D; atque per D ipſi A B ad *b* angulos rectos erigatur D C, *c* quæ producatur in E, & *d* biſecetur C E in F. Dico F centrum eſſe circuli ABC. Si non; ſit, ſi fieri poteſt, G, ducanturque G A, G D,

a *prop. 10. 1.*
b *prop. 11. 1.*
c *poſtul. 2.*
d *prop. 10. 1.*

GD,GB; & cum AD, DB ęquales ſint, communis DG; *e* erunt duæ AD, DG, duabus GD, DB æquales, altera alteri; & baſis GA æqualis baſi GB; ſunt enim ex centro G: *g* ergo & anguli ADG,GDB æquales erunt: Cum autem recta ſuper rectam conſiſtens angulos deinceps æquales fecerit, rectus erit vterque angulorũ: rectus ergo eſt GDB; ſed & FDB rectus eſt; eſt ergo angulus, FDB æqualis angulo GDB, maior minori, quod fieri nequit. Non ergo G centrum eſt. Similiter oſtendemus quod pręter F nullum aliud: F ergo centrum eſt. Quod inuenire oportuit.

e prop. 8. 1. *f prop. 8. 1. f*

Corollarium.

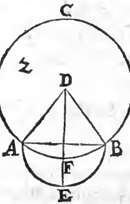
Ex his manifeſtum eſt, ſi in circulo recta quædam rectam quandam bifariam, & ad angulos rectos ſecet, in ſecante centrum circuli eſſe.

Propoſitio 2. Theor. 1.

Si in circuli peripheria duo puncta accipiantur, recta illa coniungens intra circulum cadet.

ESto circulus ABC, & in eius peripheria accipiantur quæcunque duo puncta A,B. Dico rectam, quæ ex A in B ducitur

citur intra circulum cadere. Si non: Cadat, ſi fieri poteſt, extra, vt A E B, & accipiatur centrum circuli A B C, quod ſit D, iunganturque D A, D B, & producatur D F in E. Quia D A



a æqualis eſt ipſi D B; *b* erit & angulus D A E angulo D B E æqualis; cumq; trianguli D A E vnum latus A E productũ ſit in B, *c* erit angulus D E B maior angulo D A E: æquales ſunt autem anguli D A E, D B E, maior ergò eſt D E B angulus quam D B E; *d* maior autem angulus maius latus ſubtendit; maius ergo eſt D B latus, quam D E: *e* at D B ipſi D F æquale eſt; maius ergo eſt D F, quam D E, minor maiore, quod fieri nequit: Non ergo quæ ex A in B ducitur extra circulum cadit. Similiter oſtendemus quod nec in ipſam peripheriam; cadet ergo extra.

a *def. 15.*
b *prop. 5. 1.*
c *prop. 16. 1.*
d *prop. 19.*
e *def. 15.*

Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Pro-

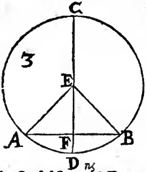
Propoſitio 3. Theor. 2.

Si in circulo recta quædam linea per centrum ducta, rectã non per centrum ductam biſecet, & ad angulos rectos ipſam ſecabit: Et ſi ad angulos rectos ipſam ſecet, biſariam quoq; ſecabit.

ESto circulus ABC, & recta quædam CD per centrum, rectam quandam AB non per centrum ductam biſecet in F. Dico quod & ad angulos rectos ipſam ſecet. Accipiatur enim centrum E, ducanturque EA, EB. Cumque AF, FB æquales ſint, communis FE; erunt duæ AF, FE duabus FB, FE, æquales baſiſque EA, baſi EB: *a* ergo & angulus AFE angulo BFE æqualis erit. Cum autem recta ſuper rectã conſiſtens angulos deinceps æquales fecerit, *b* rectus erit vterque æqualium angulorũ: vterque ergo AFE, BFE rectus erit: ergo CD per centrum ducta biſecat AB non per centrum ductã.

a prop. 8.1.

b def. 10.1.



& ad angulos rectos ipsa secabit

Sed

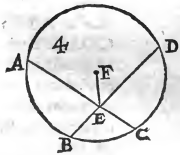
Sed iam CD ad angulos rectos ſecet ipſã AB; dico & biſecare ipſam, hoc eſt, AF, FB æquales eſſe. iiſdem conſtructis, cum EA, EB æquales ſint; e erunt & anguli EAF, EBF æquales: eſt autem rectus AFE recto BFE æqualis: duo ergo triangula EAF, EFB, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & vnum latus vni lateri, nempe commune EF, quod vni æqualium angulorum ſubtenditur, d habebit & reliqua latera reliquis æqualia: æquales ergo ſunt AF, FB. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

e prop. 5. 1.

d prop. 26. 1

Propoſitio 4. Theor. 3.

Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe mutuò ſecent, non per centrum ductæ, ſe bifariam non ſecabunt.



ESto circulus ABCD, in eoq; duæ rectæ AC, BD nõ per centrum ductæ, ſe inuicem in E ſecẽt. Dico quod ſe bifariam non ſecent. Si fieri poteſt, ſe bifariam ſecent; ſintq; & AE, EC; & DE, BE æquales; &

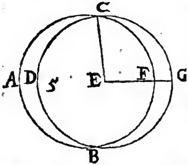
accipiatur centrum F ducaturq; FE. Cum ergo recta quædam F E per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam biſecet, ad rectos *a* angulos ipſam ſecabit: angulus ergo F E A rectus eſt. Rurſus cum recta F E, rectam quandam B D non per centrum ductam biſecet, ad *b* angulos rectos ipſam ſecabit; rectus ergo eſt F E B. Oſtenſus autem eſt & F E A rectus: ergo FEA, æqualis eſt FEB, minor maiori, quod fieri nequit: non ergo A C, B D ſe bifariam ſecant. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a prop. 3. 3.

b prop. 3. 3.

Propoſitio 5. Theor. 4.

Si duo circuli ſe inuicem ſecuerint, non erit ipſorum idem centrum.



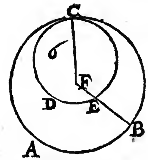
DVo circuli ABC, CDG ſe inuicẽ ſecent in B, & C. dico ipſorum non eſſe idem centrũ. Si eſt; Eſto E, iungatur EC; & ducatur E F G vtcunque. Et quia E centrum eſt circuli ABC, *a* erit EC æqua-

a def. 15. 1.

æqualis E F. Rurſus quia E centrum eſt circuli C D G *b* erit& E C æqualis E G: b *def.*15.1. Oſtenſa eſt autem E C æqualis E F. erit igitur E F æqualis E G, minor maiori. Quod fieri nequit. Non ergo E centrum eſt circulorum A B C, C D G. Si ergo duo circuli,&c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 6. Theor. 5.

Si duo circuli interius ſe contingant, non erit illorum idem centrum.

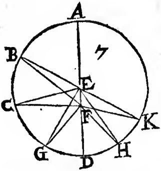


DVO circuli A B C, C D E ſe tangãt interius in C. Dico illorum nõ eſſe idem centrum. Si eſt: Eſto F, iungaturque F C, & ducatur F E B vtcunque. Cum ergo F centrum ſit circuli A B C, *a* erit F C æqualis F B. Et cum F a *def.*15.1. centrum etiam ſit circuli C D E, *b* erit F C b *def.*15.1. æqualis F E: demonſtrata eſt autem & F C æqualis F B: ergo F E æqualis eſt F B, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo F centrum eſt circulorum A B C, C D E.

Si ergo duo circuli,&c. Quod demonſtrare oportuit.

Propoſitio 7. Theor. 6.

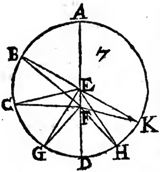
Si in diametro circuli accipiatur punctum, quod centrum non ſit, ab eoque in circulum cadant rectæ quædam, maxima erit in qua eſt centrum; minima reliqua. aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum tranſit remotiore ſemper maior eſt: Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadent ad vtraſque partes ipſius minimæ.



ESto circulus ABCD, diametrus eius AD, in qua ſumatur punctum quoduis F, quod centrum non ſit. Centrum autẽ ſit E: Cadant ab F ad circulum rectæ quædam FB, FC, FG. Dico maximam eſſe FA, minimam FD: aliarum FB maiorem, quam FC; & FC maiorem quã FG.

FG. iungantur enim BE, CE, GE. Et quia omnis trianguli *a* duo latera reliquo maiora ſunt, erunt EB, EF maiores BF; Eſt autem AE ipſi BE æqualis; ſunt ergo BE, EF æquales ipſi AF; maior igitur eſt AF quam BF. Rurſus cum BE, CE æquales ſint communis EF; erunt duæ BE, EF, duabus CE, EF æquales; ſed angulus BEF *b* maior eſt angulo CEF: erit *c* igitur & baſis BF maior baſi CF. Eandem ob cauſam maior eſt CF, quam FG. Rurſus cum GF, FE maiores ſint quam EG: & EG, ED æquales; erunt GF, FE maiores quam ED; communis auferatur EF; *d* reliqua ergo GF, reliquâ FD maior erit. Eſt ergo FA maxima; minima DF; maior autem FB, quam FC, & hæc maior quàm FG. Dico ſecundo, quod ex F duæ tantum æquales ad circulum cadant vtrinque à minima DF. *e* Conſtituatur enim ad E rectæ EF, angulus FEH æqualis angulo GEF, ducaturque FH. Cum ergo GE, EH æquales ſint, communis EF, erunt duæ GE, EF, duabus HE, EF æquales, angulusque GEF, angulo HEF, æqualis: *f* igitur & baſis FG baſi FH erit æqualis. Dico tertio, quod ipſi FG nulla alia æqualis ex F ad circu-

a prop. 20. 1.
b ax. 9.
c prop. 24. 1.
d ax. 5.
e prop. 23. 1.
f prop. 4. 1.



lum cadat. Si enim cadit; Cadat FK. Cum ergo vtraq; FK, FH ipſi FG ſit æqualis; g erit & FK ipſi FH æqualis: propinquior ergo ei, quæ eſt per centrum, æqualis eſt remotiori, quod fieri nequit. Vel ſic. Ducatur EK. Cum ergo GE, EK æquales ſint, communis FE, item h baſis GF baſi FK æqualis; i erit & angulus GEF angulo KEF æqualis: ſed GEF æqualis eſt angulus HEF: ergo & HEF æqualis erit ipſi KEF, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ab F plures vna ipſi GF æquales ad circulum cadunt. Si ergo in diametro, &c. Quod oportuit demonſtrare.

g 48.1.
h Def.15.
i prop.8.1.

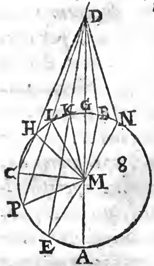
Propo-

Propoſitio 8. Theor. 7.

Si extra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum ducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna per centrum tranſeat, reliquæ vt libet. Earum quidem, quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima eſt, quæ eſt per centrum: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum, remotiore ſemper maior eſt. At earum, quæ in conuexam peripheriam cadunt, minima eſt, quæ inter punctum & diametrum interijcitur; aliarum verò, quæ propinquior minimæ ſemper remotiore minor eſt. Duæ autẽ tantum æquales à puncto in circulum cadunt ad vtraſq; partes minimæ.

Esto circulus ABC, extra quem accipiatur punctum D, ab ipſoq; ducantur rectæ quædam ad circulum DA, DE, DP, DC, ducaturque DA per centrum. Dico quod cadentium ad cauam peripheriam AEPC maxima ſit, quæ per centrum tranſit, DA; minima, quæ inter punctum D, & diametrum AG interijci-

tur, quæ eſt D G; maior autem DE, quam D P, & hæc maior quam D C. Earum verò quæ in conuexam peripheriam HLKG cadunt ſemper propinquior MINIMÆ D G, minor eſt remotiore, hoc eſt, DK minor eſt quam DL, & hæc minor quam DH. Accipiatur centrum M, iunganturque M E, M P, M C, M H, M L, K M. Et



a def. 15. cum A M, E M *a* æquales ſint, communis addatur M D, eritque A D æqualis vtriſque E M, M D; ſed
b prop. 20. 1. E M, M D *b* maiores ſunt quam E D: ergo & A D maior eſt quam E D. Rurſus M E, M P æquales ſunt, cõmunis addatur MD; eruntq; EM, MD æquales ipſis PM, MD: ſed angulus E M D maior eſt angulo
c prop. 24. 1. P M D: *c* ergo & baſis E D maior eſt baſi P D. Similiter oſtẽdemus P D maiorẽ eſſe C D. Maxima ergo eſt D A; maior D E quam DP, & D P maior quam DC. Cum-
d prop. 20. 1. que M K, K D *d* maiores ſint quam M D;
e ax. 5. & M G æqualis MK; *e* erit reliqua K D maior

maior reliquâ G D: Quare G D minor eſt quam K D, eſt enim omnium minima. Et quia lineæ MK, KD à terminis lateris MD intra triangulum M L D conſtitutæ ſunt, *f* erunt illæ minores quam M L, L D: ſunt autem MK, ML æquales: ergo reliquâ D K minor eſt, reliquâ D L. Eodem modo oſtendemus D L minorem eſſe D H. Minima ergo eſt DG; minor autem D K quam D L, & D L minor quam DH. Deinde dico, quod à puncto D tantum duæ æquales in circulum cadant ad vtraſque partes minimæ. *g* Conſtituatur ad M lineæ M D angulo K M D æqualis D M B, ducaturque D B. Cum ergo M K, M B æquales ſint, MD cõmunis; erunt duę KM, M D, duabus B M, M D æquales, altera alteri, ſunt verò & anguli K M D, B M D æquales, *h* erunt igitur & baſes D K, D B æquales. Dico tertio rectæ D K à puncto D ad circulum æqualem aliam non cadere, Si enim poteſt, cadat D N. Cum ergo D K ſit æqualis D N; & ipſi D K æqualis D B; erit *i* & D B ipſi D N æqualis, propinquior minimæ remotiori, quod fieri non poſſe demonſtratum eſt. Aliter. Ducatur M N. Cum igitur K M, æqualis ſit MN, communis M D, & baſis D K æqua-

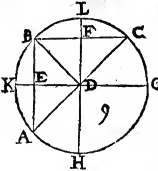
f prop. 21. 1.
g prop. 23. 1.
h prop. 4. 1.
i ax. 1.

k prop. 8. 1. lis baſi D N, *k* erit & angulus K M D angulo D M N æqualis: ſed K M D æqualis eſt angulo B M D: ergo & B M D æqualis erit N M D, minor maiori; quod fieri nequit: Non ergo plures quam duę à puncto D ad circulum A B C æquales ad vtraſque partes D G cadunt. Si ergo extra circulum, &c. Quod demonſtrare oportuit.

Propoſ. 9. Theor. 8.

Si intra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum plures quam duæ æquales rectæ cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

ESto intra circulum A B C acceptum punctum D, ab eoque ad circulum A B C plures quam duæ rectæ æquales cadant, nempe D A, D B, D C. Dico D centrum eſſe circuli A B C. iungantur A B, B C. biſecenturque in E & F, & iunctæ E D, D F, producantur in G, K: & H, L.

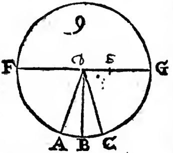


Cum ergo A E æqualis ſit E B, communis E D:

E D:erunt duę A E,E D,duabus BE,ED
æquales; eſt *a* verò & baſis D A baſi D B *a ex hypotheſi.*
æqualis: erit *b* igitur & angulus A E D an-
gulo B E D æqualis: *c* rectus ergo vterq; *b prop. 8. 1.*
eſt;ſecat *d* ergo G K ipſam AB bifariam,& *c def. 10. 1.*
ad angulos rectos. Et quia, *e* quando in *d prop. 33.*
circulo recta rectam ſecat bifariam & ad *e cor. prop. 1. 3.*
angulos rectos, in ſecante centrum eſt
circuli, erit in G K centrum circuli ABC.
Eadem ratione centrum erit in H L: &
nullum aliud commune punctum habent
rectæ G K, H L præter D:eſt ergo D cen-
trum circuli ABC. Si ergo intra circulum,
&c. Quod oportuit demonſtrare.

Aliter.

INtra circulum ABC ſumatur punctum D, ab eoque ad circulum plures quam duæ rectæ æquales cadant, D A, DB, DC. Dico D eſſe centrum circuli ABC. Si non eſt. Eſto E, & iūcta D E producatur in F & G.



a Eſt autem F G diametrus circuli A B C. *a def. 17. 1.*
Cum ergo in diametro F G acceptum ſit
pun-

punctum D, quod centrum circuli non eſt; *b* erit D G maxima; maior autem D C quam D B, & D B maior quam D A; ſed & æquales ſunt; quod fieri non poteſt. E ergo centrum circuli A B C non eſt. Similiter oſtẽdemus quod præter D aliud nullum: D ergo centrum eſt circuli.

b prop. 7. 3.

Propoſ. 10. Theor. 9.

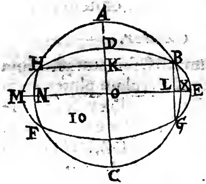
Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non ſecat.

SI fieri poteſt ſecet circul⁹ ABC circulũ DEF in pluribus punctis quã duob⁹, vt in B, G, F, H, iunctéq; BG, B H *a* biſecẽtur in K & L; atq; ex K, & L ipſis B G, B H ad *b* angulos rectos ductæ K C, L M, in A, & E producantur. Cũ ergo in circulo A B C recta quædam A C, rectam quandam B H bifariam, & ad angulos rectos ſecet, *c* erit in A C centrum circuli A B C. Rurſus cum in eodem circulo A B C recta quædã N X rectam

a prop. 10. 1.

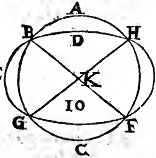
b prop. 11. 1.

c prop. 3. 3.



rectam quandam B G bifariam, & ad angulos rectos ſecet, *d* erit in N X centrum circuli A B C. Demonſtratum autem eſt quod & in A C: atqui in nullo alio puncto rectæ A C, N X concurrunt, quam in O: eſt ergo O centrum circuli A B C Similiter demonſtrabimus centrũ circuli D E F in O eſſe: duorum ergo circulorum ABC, DEF ſe inuicem ſecantium idem eſt centrum O: *e* quod fieri nequit. Non ergo circulus circulum, &c. d *prop.5.3.* e *prop.5.3.*

Aliter. Circulus ABC circulum D E F, in pluribus quam duobus punctis ſecet, vt in B, G, H, F. Accipiatur circuli A B C



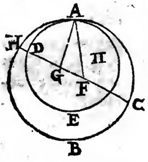
centrum K, iunganturque K F, K G, K B. Cum ergo intra circulum D E F acceptum ſit punctũ K, ab eoque ad circulum D E F cadant plures quã duæ rectæ æquales K B, K F, K G, *a* erit K centrum circuli D E F: ſed eſt etiam centrum circuli ABC: Duorum ergo circulorum ſe ſecantium idem eſt centrum; *b* quod fieri non poteſt. Non ergo circulus circulum in pluribus quam duo- a *prop.9.3.* b *prop.5.3.*

duobus punctis ſecat. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 13. Theor. 10.

Si duo circuli ſe interius contingant, recta linea eorum centra coniungens, ſi producatur, cadet in contactum circulorum.

DVo circuli A B C, A D E interius ſe contingant in A. Accipiatur circuli quidem A B C centrum F; circuli verò A D E centrum G. Dico quod, quæ ex G in F ducitur, ſi producatur, in contactum cadat. Si non. Cadat aliò, vt F G D H, iunganturq; A F, A G. Cum ergo A G,



a prop. 20. 1. G F *a* maiores ſint quam F A, hoc eſt, quã F H (æqualis enim eſt F A, ipſi F H, eſt enim vtraque ex centro) auferatur communis F G: reliqua ergo A G maior erit reliquâ G H: eſt autem A G, ipſi G D *b* æ-
b def. 15. 1. qualis: erit ergo G D maior ipſa G H, minor maiore. quod fieri non poteſt. Non ergo

ergo quæ ex F in G ducitur, extra conta-ctum A cadet. Ergo in ipſum.

Aliter. Cadat vt G F C, quæ in H producatur, iunganturq; A G, A F. Quia ergo A G, G F *c* maiores ſunt quam A F: ſed A F *d* æqualis eſt C F, hoc eſt, F H: communis auferatur F G; eritque A G, quam reliquâ G H maior: hoc eſt, G D maior erit, quam G H; minor quam maior; quod fieri non poteſt. Idem abſurdum demonſtrabimus ſi maioris centrum ſit extra minorem circulum. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonſtrare.

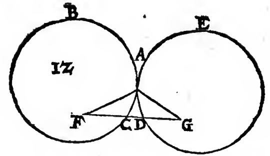
c prop. 20. 1
d def. 15.

Propoſ. 12. Theor. 11.

Si duo circuli ſeſe exterius contingant recta ipſorum centra coniungens per contactum tranſibit.

DVo circuli A B C, A D E tangant ſe exterius in A. accipianturque circulorum centra quæ ſint F, G. Dico, quod, quæ F, G iungit, per contactum A tranſeat. Si non: tranſeat, ſi fieri poteſt, vt F C D G; & iungantur A F, A G. Cum igitur F centrum ſit circuli A B C; *a* erit F A, æqualis F C: Et cum G ſit centrum circu-

a def. 15.



circuli A D E; erit & G A ipſi G D æqualis. Oſtenſa eſt autem & F A æqualis F C. Sunt ergo F A, A G ipſis F C, D G æquales. Quare tota F G maior erit ipſis F A, A G: ſed & *b* minor eſt: quod fieri non poteſt. Non ergo quæ ex F in G ducitur aliorſum quam per A contactum tranſit. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonſtrare.

b prop. 20. 1.

Propoſ. 13. Theor. 12.

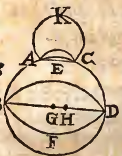
Circulus circulum in pluribus punctis vno non tangit, ſiue interius, ſiue exterius tangat.

SI fieri poteſt, tangat primo circulus A B D C circulum E B F D interius in pluribus quam vno punctis, vt in B, D: &

& ſumatur circuli A B D C centrum G: circuli E B F D centrum H: ergo recta centra G, H iungens *a* cadet in contactus B, D; cadat & B G H D. Cum igitur G ſit cẽtrum circuli A B D C; erit B G æqualis ipſi G D; maior igitur eſt BG quam H D: multo ergo maior B H, quam H D. Rurſus cum ſit H centrum circuli E B F D, æqualis erit B H ipſi H D: oſtenſa eſt autem multò illa maior, quod fieri nequit: Non igitur circulus circulum interius pluribus quam vno puncto tangit. Dico quod neque exterius. Si enim fieri poteſt, tangat circulus A C K circulum A B D C exterius in pluribus punctis vno, vt in A, & C, iunganturque A, C. Cum ergo in peripheria circulorum A B D C, A C K accepta ſint quæcunque puncta A, & C, *a* cadet recta illa coniungens intra vtrumque circulum. Sed cadit quidẽ in circulum ABDC; extra verò circulum A C K. *b* Quod eſt abſurdum. Non ergo circulus circulũ extra in pluribus punctis vno tangit, oſten-

a prop. 11. 3.

13



a prop. 2. 3.

b prop. 2. 3.

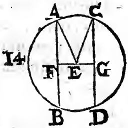
H ſum

ſum eſt autum quod neque interius. Circulus ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 14. Theor. 13.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro diſtant. Et, quæ æqualiter à centro diſtant, æquales ſunt.

a prop. 11. 1. SVnto in circulo A B D C rectæ A B, C D, æquales. Dico eas æqualiter à centro diſtare. Eſto centrum E, à a quo ad rectas A B, C D perpendiculares ducantur E F, E G, & iungantur A E, E C. Cum ergo recta E F per centrum ducta, rectam quandam A B non



b prop. 3. 3. per centrum ductam, ad angulos rectos ſecet; b & bifariam eam ſecabit: æquales ergo ſunt A F, F B: Ergo A B dupla

c definit. huius. eſt ipſius A F. Ob eandem cauſam eſt C D dupla ipſius C G: c æquales ergo ſunt A F,

c ax. 7. C G: cum igitur d & A E, E C æquales ſint,

ſint: *e* erunt & quadrata ipſarum A E,E C ęqualia. Sunt autem ei quadrato *f* quod ex A E, æqualia quæ ex A F, E F (eſt enim angulus ad F rectus) ei autem, quod ex E C æqualia ſunt, quę ex E G, G C (nam & angulus ad G rectus eſt.) Sunt ergo quæ ex A F, E F æqualia illis, quæ ex C G, G E. Cũ ergo quod ex A F, æquale ſit illi, quod ex G C (ſunt enim A F, C G æquales) erit & reliquum, quod ex F E, reliquo quod ex E G, æquale: ſunt ergo E F, E G æquales. *g* In circulo autẽ æqualiter à centro abeſſe dicuntur rectæ, quando perpendiculares ex centro ad ipſas ductæ, æquales fuerint. Sed iam diſtent A B, C D æqualiter à centro, hoc eſt, E F, E G ſint æquales. Dico A B, C D æquales eſſe. iiſdem conſtructis, demonſtrabimus, vt prius, A B duplam eſſe ipſius A F, & C D ipſius C G. Cumque A E, C E æquales ſint; erunt & earum quadrata æqualia. *h* Sunt verò ei, quod ex A E æqualia, quę ex E F, F A: & ei, quod ex C E, illa quæ ex E G, G C: ergo quæ ex E F, F A, ſunt illis quæ ex E G, G C æqualia. Cum autem ei quod ex E G æquale ſit quod ex E F (ſunt enim E G, E F æquales) erit & reliquum, quod ex A F, reliquo,

f *prop. 47. 1*

g *def. 4. 3.*

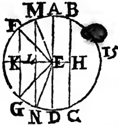
h *prop. 47. 1*

quod ex C G, æquale. æquales ergo ſunt A F, C G. Eſt autem ipſius A F dupla AB; & ipſius C G dupla C D; æquales ergo ſunt A B, C D. In circulo ergo æquales rectæ, &c. quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 15. Theor. 14.

In circulo maxima eſt diametrus: aliarum verò ſemper quæ propinquior eſt centro remotiore maior eſt.

ESto circulus A B C D, cuius diametrus A D, centrum E; propinquior diametro B C, remotior ſit F G. Dico maximam eſſe, A D, maiorem BC, quã F G. *a* Ducantur enim à centro ad B C, F G perpendiculares EH, EK. Et quia B C propinquior eſt centro, remotior F G: *b* maior erit E K, quam E H. *c* Ponatur ipſi E H æqualis E L; & per L *d* ducatur ipſi E K ad angulos rectos L M; qua ducta in N iungantur E M, E N, E F, E G. Cum ergo E H ipſi E L ſit æqualis, *e* erit & B C ipſi M N æqua-



a prop. 12. 1.
b def. 5. 3.
c prop. 2. 1.
d prop. 11. 1.

æqualis. Rurſus cum A E ipſi E M; E D verò ipſi E N ſit æqualis; erit & A D ipſis M E, N E æqualis: ſed f M E, N E ipſa M N maiores ſunt: erit ergo & A D maior quã M N. Et quia duæ M E, E N, duabus F E, E G æquales ſunt; angulus verò M E N maior angulo F E G: g erit & baſis M N maior baſi F G: ſed M N oſtenſa eſt æqualis B C: ergo & B C maior eſt quam F G. Maxima ergo eſt diametrus; maior B C quam F G. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare. e prop. 14. 3 f prop. 20. 1 g prop. 24. 1

Propoſ. 16. Theor. 15.

Quæ diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locũ, qui inter rectam lineam & peripheriam interiicitur, alia recta non cadit. Et ſemicirculi angulus omni acuto rectilineo maior eſt, reliquus autem minor.

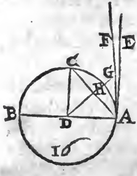
Esto circulus A B C circa centrum D, & diametrum A B. Dico rectã lineam ab A ipſi A B ad angulos rectos ductam extra circulum cadere. Si non: cadat, ſi fieri poteſt, intra, vt A C, & iungatur D C.

Cum Ergo D A ſit æqualis D C, erit & angulus D A C angulo A C D æqualis: eſt autem D A C* rectus, rectus ergo erit & A C D: ſunt ergo D A C, A C D duobus rectis æquales, *a* quod fieri nequit: Non ergo quæ ab A puncto ipſi B A ad angulos rectos ducitur, intra circulum cadit. Similiter oſtendemus quod nec in peripheriam: ergo extra cadit, vt A E. Dico ſecundò, in locum inter A E, & peripheriam C H A interiectum, aliam rectam non cadere. Si poteſt: Cadat, vt F A, ducaturque ex D ipſi F A perpendicularis D G. Et cum angulus A G D rectus ſit, *b* minor recto D A G; *c* erit A D maior quam D G: eſt autem D A æqualis ipſi D H; maior ergo eſt D H, quam D G, minor maiore; quod fieri nequit. Non ergo in locum rectâ A E, & peripheria C H A interceptum, alia recta cadit. Dico tertio angulum ſemicirculi recta A B, & peripheria C H A contentum, omni acuto rectilineo maiorem eſſe; reliquum verò peripheria C H A, & rectâ A E contentum,

** ex hypotheſi.*

a prop. 32. 1.

b prop. 32. 1.
c prop. 19. 1.



tum, minorum. Si enim eſt aliquis angulus maior contento rectâ B A, & peripheria C H A; minor verò contento peripheria C H A, & rectâ A E, cadet inter peripheriam C H A, & rectam A E lineâ recta, quæ faciat angulum maiorem rectâ B A, & peripheria C H A contentum (qui rectis lineis contineatur) minorem verò peripheria C H A, & recta A E contentum: at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior ſit angulo recta B A, & peripheria C H A contento; neq; minor, C H A, & A E contento.

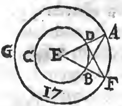
Corollarium.

Ex his manifeſtum eſt rectam, quę diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, circulum tangere. & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: ſiquidem quæ circulo in duobus punctis occurrunt, *d* intra circulum cadere oſtenſum eſt. Quæ ergo diametro, &c. quod oportuit demonſtrare. *d prop. 2. 3.*

Propoſ. 17. Probl. 2.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.

Eſto punctum datum A, circulus datus B C D. Oporteat autem ex puncto A rectã ducere, quæ circulum B C D tangat. Accipiatur cẽtrum circuli E, ducaturque A E, & centro E, interuallo EA deſcribatur circulus

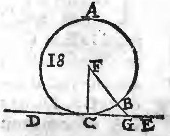


a prop.11.1. A F G, & ex D rectæ E A ad *a* angulos rectos ducatur D F, iunganturq́; E B F, A B. Dico à puncto A rectam AB ductam eſſe, quę circulum BCD tangat. Cum enim E centrum ſit circulorum B C D, A F G;
b def.15.1. *b* erunt tam E A, E F, quam E D, E B æquales: duæ ergo A E, E B duabus F E, E D æquales ſunt, habentque angulum E
c prop.4.1. communẽ: *c* erit igitur baſis D F baſi A B æqualis; & triangulum D E F, triangulo E B A æquale; reliquique anguli reliquis: eſt igitur ipſi E D F ęqualis EBA; at EDF rectus eſt; erit igitur & E B A rectus. Eſt
d corol.propoſ.16.3. verò E B ex centro: *d* quæ autem diametro circuli ad rectos ducitur recta linea, tangit circulum: tangit ergo A B circulum. A dato ergo puncto, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Pro-

Propoſitio 18. Theor. 16.

Si circulum tangat linea quædam recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.



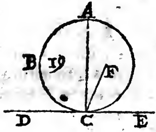
Tangat recta quędam DE circulum ABC in C, ſumaturq; centrum F, atque ab F ad C ducatur FC. Dico FC ad DE perpendicularem eſſe. Si non: ducatur ab F ad DE perpendicularis FG. Cum ergo angulus FGC rectus ſit; *a* erit GCF acutus: *b* cumque maiori angulo maius latus ſubtendatur, erit linea FC maior, quam FG: Eſt verò FC *c* æqualis ipſi FB: maior eſt ergo FB, quam FG, minor maiore, quod eſt abſurdum: non ergo FG ad DE perpendicularis eſt: Similiter oſtendemus præter FC nullam aliam: FC ergo ad DE eſt perpendicularis.

a *prop.32.1.* b *prop.19.1* c *def.15.*

Si ergo circulum tangat, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 19. Theor. 17.

Si recta linea circulum tangat, & à tactu tangenti recta quædam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.



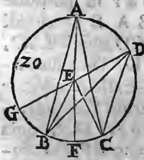
TANGAT circulum ABC recta DE in C, & ex C ipſi DE ad angulos rectos ducatur CA. Dico in CA eſſe centrum circuli. Si non: ſit, ſi fieri poteſt, F, iungaturque CF. Cum ergo circulum ABC tangat recta DE, & à centro ad tactum ducta ſit FC, a erit FC ad DE perpendicularis: angulus ergo FCE rectus eſt: eſt verò & ACE rectus: æqualis ergo eſt angulus FCE, angulo ACE, minor maiori; quod eſt abſurdum: F ergo centrum circuli ABC non eſt. Similiter oſtendemus nullum aliud eſſe, præter id quod in AC. Si ergo recta linea, &c. Quod demonſtrare oportuit.

a prop. 18. 3

Pro-

Propoſitio 20. Theor. 18.

In circulo angulus ad centrum duplus eſt anguli ad peripheriam, quando eandem peripheriam pro baſi habent.



ESTO in circulo A B C angulus ad centrum B E C, ad peripheriã BAC, ſitque vtriuſque baſis peripheria B C. Dico angulũ B E C duplum eſſe anguli B A C. iuncta enim A E producatur in F. Cum *a* ergo E A æqualis ſit ipſi E B; erit & angulus E A B æqualis angulo E B A: Sunt ergo E A B, E B A dupli ipſius E A B: eſt *b* autem B E F æqualis duobus E A B, E B A: Eſt ergo B E F duplus ipſius E A B. ob eandem cauſam eſt angulus F E C duplus anguli E A C: totus ergo B E C totius B A C duplus eſt. Sit alter angulus BDC, iunctaque D E producatur in G; & ſimiliter demonſtrabimus angulum GEC duplum eſſe anguli E D C: quorum G E B duplus eſt ipſius EDB; reliquus ergo BEC du-

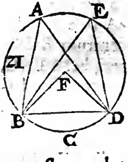
a def. 15. 1.

b prop. 32. 1.

duplus erit reliqui BDC. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 21. Theocr. 19.

In circulo qui in eadem portione ſunt anguli, æquales ſunt.



SINT in portione B A E D circuli ABCD anguli B A D, B E D. Dico illos æquales eſſe. Accipiatur centrum F; ducanturque B F, F D. Et quia angulus BFD ad centrum eſt; angulus B A D ad peripheriam, habentque baſim eandem peripheriam B C D: *a* erit angulus B F D duplus anguli B A D. Ob eandem cauſam erit angulus B F D duplus anguli B E D; Sunt ergo B A D, B E D æquales. In circulo ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

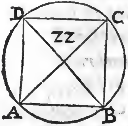
a prop. 20. 3.

Propoſitio 22. Theor. 20.

Quadrilaterorum in circulo deſcriptorum anguli, qui ex aduerſo, duobus rectis æquales ſunt.

Sit

SIt in circulo A B C D quadrilaterum A B C D. Dico angulos ex aduerſo eſſe



æquales duobus rectis. Ducantur A C, BD. *a* Quia ergo omnis trianguli tres anguli duob' rectis ſunt æquales; erunt & trianguli A B C tres C A B, A B C, B C A duobus rectis æquales. Eſt autem C A B *b* æqualis B D C angulo (ſunt enim in eadem portione B A D C:) & A C B ipſi A D B (ſunt enim in portione A D C B:) totus ergo A D C duobus B A C, A C B æqualis eſt: Communis addatur ABC duobus BAC, ACB ſimul: & vni A D C ſeorſim; eruntque A B C, B A C, A C B duobus ABC, ADC æquales. *c* ſed A B C, B A C, A C B æquales ſunt duobus rectis: erunt ergo & ABC, A D C æquales duobus rectis. Similiter oſtendemus & B A D, D C B æquales eſſe duobus rectis. Quadrilaterorum ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a prop.32.1.

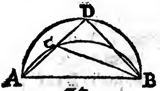
b prop.21.3.

b prop.32.1.

Pro-

Propoſitio 23. Theor. 21.

Super eadem recta linea duæ circulorum portiones ſimiles, & inæquales ad eaſdem partes, non conſtituentur.



23

SI fieri poteſt, cõſtituantur ſuper eadem recta AB duæ circulorũ portiones ſimiles, & inæquales ad eaſdem partes, ACB, ADB; ductaque ACD iungantur CB, BD. Cum ergo portio ACB ſimilis ſit portioni ADB, *a* ſimiles autem portiones æquales angulos capiant, erunt anguli ACB, ADB, æquales, externus & internus oppoſitus, *b* quod fieri nequit. Non ergo ſuper eadem, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a *def.11.3.*

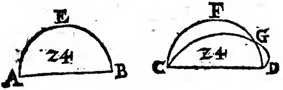
b *prop.16.1.*

Propoſitio 24. Theor. 22.

Super æqualibus rectis lineis ſimiles circulorum portiones, æquales ſunt.

SInt ſuper æqualibus rectis AB, CD ſimiles circulorum portiones AEB, CFD.

CFD. Dico illas eſſe æquales. Congruente enim portione AEB portioni CFD,



poſitoque A puncto ſuper C, & recta AB ſuper CD, congruet & B ipſi D, quod AB, CD æquales ſint. Congruente autem recta AB rectæ CD; congruet & portio AEB portioni CFD. Quod ſi recta quidem AB congruat rectæ CD; portio verò AEB, portioni CFD non congruat; ſed aliò cadat, vt CGD, ſecabit circulus circulum in pluribus quam duobus locis vt in C,G,D, *a* quod fieri nequit. Non ergo congruente recta AB rectæ CD, non congruet portio AEB, portioni CFD: Congruet ergo, *b* adeoque æqualis illi erit. Si ergo ſuper, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a *prop.10.3.*

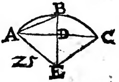
b *def.8.1.*

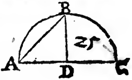
Propoſitio 25. Probl. 3.

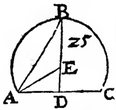
Data portione circuli, deſcribere circulum cuius eſt portio.

SIt data circuli portio ABC, oporteatque deſcribere circulum, cuius ABC ſit

a prop. 10.1. ſit portio. *a* Biſecetur A C in D, & ex D
b prop. 11. *b* ducatur ipſi A C ad angulos rectos D B,







iungaturque A B. Angulus ergo ABD, angulo B A D aut eſt maior, aut æqualis, aut minor.
c prop. 23.1. Sit primo maior, *c* conſtituaturque ad A rectæ A B angulus B A E æqualis angulo ABD, producaturque DB ad E, & iungatur EC. Cum itaque angulus A B E ſit æqualis an-
d prop. 6.1. gulo B A E, *d* erit & E B æqualis ipſi A E; & cum A D æqualis ſit ipſi D C, ſi communis D E addatur, erunt duæ A D, D E, duabus C D, D E æquales, altera alteri; & angulus A D E angulo C D E æqualis; eſt
e prop. 4.1. enim vterque rectus; *e* ergo & baſis A E baſi C E æqualis erit. Sed ipſi A E demõſtrata eſt B E æqualis; erit ergo & B E æqualis ipſi C E: tres ergo A E, E B, E C æ-
f prop. 9.3. quales ſunt: *f* circulus ergo centro E, & interuallo vna ipſarum A E, E B, E C deſcriptus, tranſibit etiam per reliqua portionis

tionis puncta, & circulus deſcriptus erit. Circuli ergo portione data, deſcriptus eſt circulus, cuius eſt portio; & cum centrum extra portionē cadat, manifeſtū eſt portionem minorē eſſe ſemicirculo. Similiter ſi ABD angulus, fuerit æqualis angulo BAD, *g* erit AD æqualis vtrique BD, DC; ergo tres DA, DB, DC ęquales ſunt, & D centrum circuli, portioque ſemicirculus. Si vero angulus ABD minor fuerit angulo BAD, *h* conſtituatur ad A rectæ BA angulus BAE æqualis angulo ABD, cadetque centrum in DB lineam intra portionem ABC, & erit portio ABC ſemicirculo maior. Si ergo ducatur EC oſtēdetur vt in prima figura tres BE, EA, EC eſſe æquales. Data ergo portione circuli, deſcriptus eſt circulus, cuius eſt portio, quod oportuit facere.

g *ex ſtructura, ex prop. 6. 1.*

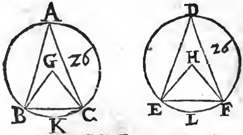
h *prop. 23. 1.*

Præpoſitio 26. Theor. 23.

In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus peripheriis inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias inſiſtant.

IN circulis æqualibus ABC, DEF æquales inſiſtant anguli ad centra, BGC, EHF;

EHF; ad peripherias BAC, EDF. Dico peripherias BKC, ELF æquales eſſe.



Iungantur BC, EF. Et quia circuli æquales ſunt, *a* erunt & quæ ex centris æquales. Duæ ergo BG, GC, duabus EH, HF æquales ſunt: ſed & anguli G, H æquales ſunt: *b* ergo & baſes BC, EF æquales erũt. Et quia anguli ad A, D ęquales ponuntur, *c* erunt portiones BAC, EDF ſimiles, & ſunt inæqualibus rectis BC, EF, *d* quæ autem circulorum portiones ſimiles in æqualibus ſunt rectis lineis, æquales ſunt: portiones ergo BAC, EDF æquales ſunt: Sunt verò & toti circuli æquales; reliqua ergo peripheria BKC, reliquæ ELF æqualis eſt. In æqualibus ergo, &c. Quod demonſtrare oportuit.

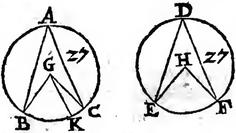
a def. 1. 3.
b prop. 4. 1.
c def. 11. 3.
d prop. 24. 1

Pro-

Propoſitio 27. Theor. 24.

In æqualibus circulis anguli qui æqualibus inſiſtunt peripheriis, æquales ſunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias inſiſtant.

IN æqualibus circulis ABC, DEF æqualibus peripheriis BC, EF inſiſtant



anguli ad centra BGC; EHF; ad peripherias BAC, EDF. Dico tam angulos BGC, EHF, quam BAC, EDF æquales eſſe. Si enim BGC, EHF æquales ſunt, *a* perſpicuum eſt & BAC, EDF æquales eſſe. Si non ſunt: erit vnus maior. Sit maior BGC: & *b* conſtituatur ad punctum G rectæ BG angulus BGK æqualis angulo EHF: *c* anguli autem æquales æqualibus peripheriis inſiſtunt, cum ſunt ad centra: peripheria ergo BK æqualis erit peripheriæ EF: ſed & EF æqualis eſt BC: ergo & ipſi BC æqualis erit BK, mi-

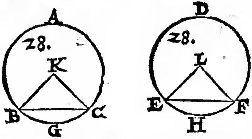
a prop.20.3. *b prop.23.1.* *c prop.26.3*

nor maiori; quod fieri non poteſt: Non ergo anguli B G C, E H F inæquales ſunt:
d prop. 20. 3. æquales ergo. d Eſtque angulus ad A anguli B G C; & angulus ad D anguli EHF
e ax. 7. 1. dimidius: e Sunt ergo & anguli ad A, D æquales. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 28. Theocr. 25.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori; minorem autem minori.

SINT in æqualibus circulis ABC, DEF æquales rectæ B C, E F, auferentes pe-



ripherias maiores B A C, E D F; minores B G C, E H F. Dico tam maiores peripherias, quam minores æquales eſſe. Sumantur enim circulorum centra K, L, & ducantur K B, K C; E L, L F; & ſunt circuli

culi æquales; *a* ergo & quæ ex centris æ- *a def. 1. 3.*
quales erunt: igitur duæ BK,KC, duabus
EL, LF æquales ſunt; ſed & baſes BC,
EF æquales ſunt: *b* erunt ergo & anguli *b prop. 8. 1.*
BKC, ELF æquales: *c* æquales autem *c prop. 26. 3*
anguli æqualibus peripheriis inſiſtunt
cum fuerint ad centra; ergo peripheriæ
BGC, EHF æquales ſunt; ſed & toti circuli
ſunt æquales: reliquæ ergo peripheriæ
BAC, EDF æquales quoque erunt.
Si ergo in æqualibus circulis, &c. Quod
oportuit demonſtrare.

Propoſitio 29. Theor. 26.

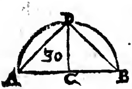
In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ ſubtendunt.

ACcipiantur in æqualib⁹ circulis ABC, DEF ęquales peripheriæ, BGC, *fig. vide pag. præc.*
EHF, & ducantur rectæ BC, EF: Dico
rectas BC, EF æquales eſſe. Sumantur
enim circulorum centra K, L, & iunganturBK, KC; EL, LF; Cum ergo peripheriæ
BGC, EHF æquales ſint, *a* erunt & *a prop. 27. 3*
anguli, BKC, ELF æquales; & cum circuli
æquales ſint; *b* erunt, & quæ ex centris
æquales: Duæ ergo BK, KC, duabus
EL, LF æquales ſunt, continentq;

c prop. 4. 1. æquales angulos; *c* ergo & baſes B C, E F æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 30. Probl. 4.

Datam peripheriam biſariam ſecare.



a prop. 10. 1.
b prop. 11. 1.

ESto data peripheria A D B, quam biſecare oporteat ducatur A B, *a* biſeceturque in C; & à *b* puncto C ducatur ipſi A B ad angulos rectos C D, iunganturq; A D, D B. Et quia A C æqualis eſt C B, communis C D; erũt duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales, & angulus A C D angulo B C D æqualis, eſt enim vterque rectus; *c* erit ergo & baſis A D baſi D B æqualis; *d* æquales autẽ rectæ æquales peripherias auferunt, maiorẽ maiori, & minorem minori, eſtq; vtraq; peripheriarum A D, D B minor ſemicirculo, quare peripheria A D æqualis eſt peripheriæ D B: data ergo peripheria biſecta eſt. Quod oportuit facere.

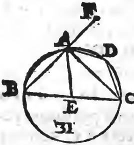
c prop. 4. 1.
d prop. 29. 3.

Propoſitio 31. Theor. 27.

In circulo angulus, qui in ſemicirculo, rectus eſt; qui in portione maiore minor;

nor; qui in minore maior recto eſt. Inſuper maioris portionis angulus maior recto; minoris recto minor eſt.

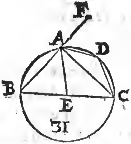
ESto circulus A B C D, diametrus B C, centrũ E, & iungantur B A, A C, A D, D C. Dico angulum B A C in ſemicirculo, rectum eſſe. A B C, qui eſt in portione maiore ſemicirculo, minorẽ; A D C, qui eſt in portione minore, maiorẽ



recto. Ducatur A E, producaturq; B A in F. Et quia B E, E A æquales ſunt, *a* erunt & anguli E A B, E B A æquales. Rurſus, quia E A, E C æquales ſunt, erũt & anguli A C E, C A E æquales: totus ergo B A C duobus A B C, A C B æqualis eſt. *b* Eſt verò & F A C externus duobus A B C, A C B æqualis: æquales ergo ſunt B A C, F A C; *c* ergo rectus vterque. Quare angulus B A C in ſemicirculo B A C rect° eſt. *d* Et quia trianguli A B C duo anguli A B C, B A C duobus rectis minores ſunt; B A C autẽ rectus eſt; erit A B C minor recto; & eſt in portione A B C maiori ſemicirculo. Rurſus quia A B C D in

a prop. 5. 1.
b *prop. 32. 1.*
c *def. 10. 1.*
d *prop. 17. 1.*

e prop.22.3. circulo quadrilaterũ eſt; e quadrilaterorũ autẽ in circulo deſcriptorũ, qui ex aduerſo



anguli duobus rectis æquales ſunt; erunt A B C, A D C duobus rectis æquales; & eſt A B C minor recto; reliquus ergo A D C maior; & eſt in portione minore ſemicirculo. Dico præterea maioris portionis angulũ contentum peripheria A B C, & recta A C maiorem eſſe recto; minoris verò portionis peripheria A D C, & recta A C contentum, minorem. Quod per ſe apparet. Cum enim angulus rectis B A, A C cõtentus rectus ſit, erit qui peripheria A B C, & recta A C continetur maior recto. Et cum angulus rectis A C, A F cõtentus, rectus ſit; erit recta A C, & peripheria A D C cõtentus, minor recto. Aliter demõſtratur B A C rectũ eſſe. Angulus A E C duplus eſt anguli B A E, g æqualis enim eſt duobus internis

g prop.32.1. & oppoſitis. Eſt verò & A E B duplus anguli E A C: anguli ergo A E B, A E C dupli ſunt anguli B A C; at A E B, A E C æquales ſunt duobus rectis: ergo B A C rectus eſt.

Corol-

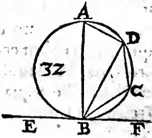
Corollarium.

Ex his manifeſtum eſt, ſi in triangulo vnus angulus duobus ſit æqualis, eum rectum eſſe, quod etiam, qui eſt ei deinceps, duobus rectis æqualis ſit: *f* cum autem anguli deinceps æquales fuerint, recti ſunt. *f def. 10. 1.*

Propoſ. 32. Theor. 28.

Si circulum quædam recta tetigerit, & à tactu ducatur recta circulum ſecans, erunt anguli quos ad tangentem facit, æquales illis, qui in alternis circuli portionibus conſiſtunt.

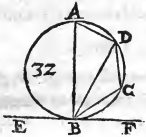
TAngat circulum A B C D recta quædam B F, in B; à quo ducatur alia B D ſecans circulũ. Dico angulos, quos B D cum tangente facit, ęquales eſſe illis, qui ſunt in alternis circuli portionib': hoc eſt, angulum F B D ęqualem eſſe illi, qui eſt in portione D A B: angulum verò E B D illi, qui eſt in portione D C B. *a* Ducatur enim ex B ipſi E F ad angulos rectos B A, & accipiatur in peripheę- *a prop. 11. 1.*



ripheria B D quoduis punctum C, & ducantur A D, D C, C B; & quia circulum tangit recta quędam E F in B, & à tactu B

b prop 19.1. ducta eſt tangenti ad angulos rectos B A,

c prop. 31.3. *b* erit in B A centrũ circuli: *c* angulus ergo A D B in ſemicirculo exiſtens, rectus eſt:



reliqui ergo B A D, A B D vni recto æquales. Sed & A B F rectus eſt, æqualis ergo angulis B A D, A B D; communis A B D auferatũ: ergo reliquus D B F erit æqualis reliquo B A D in alterna circuli portione exiſtẽti. Et quia

d prop. 22.3 A B C D quadrilaterum eſt in circulo deſcriptum, *d* erunt anguli oppoſiti duobus rectis æquales: erunt ergo anguli D B F, D B E ęquales angulis B A D, B C D; quorũ B A D oſtenſus eſt æqualis D B F; erit ergo & reliquus D B E, reliquo D C B in alterna circuli portione D E B exiſtẽs æqualis, Si ergo circulum recta quędam, &c.

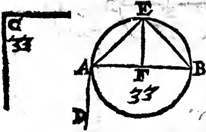
Quod oportuit demonſtrare.

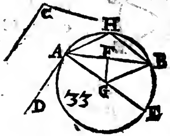
Pro-

Propoſ. 33. Probl. 5.

Super data recta deſcribere portionem circuli, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilinio.





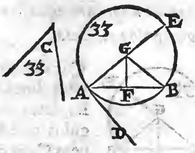


SIt data recta linea A B, datus angulus rectilineus C, & oporteat ſuper A B portionē circuli deſcribere, quæ angulum æqualem angulo C capiat. Angulꝰ ergo C, aut acutꝰ, aut rectus, aut obtuſus eſt. Sit primo acutꝰ, vt in prima deſcriptione. a Cōſtituatur ad A pūctum rectæ A B angulus B A D, æqualis angulo C, qui acutus

a prop. 23. 1

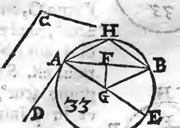
b *prop.11.1.* c *prop.10.1* d *prop.11.1*

tus erit. Ex *b* A ducatur A E ad angulos rectos ipſi A D; atque A B in F *c* biſecetur. Ex F *d* ducatur F G ad angulos rectos ipſi A B, ducaturq; B G. Et quia A F æqualis eſt F B, communis F G; erũt duæ A F, F G, duabus F B, F G æquales, angulusque A F G angulo G F B æqualis; *e* erit ergo & baſis A G baſi B G æqualis. circulus ergo centro G, interuallo A G deſcript⁹ trãſibit etiam per B. Deſcribatur, & ſit A B E, iungaturque E B.* Cum itaque diametro A E ab extremitate A ad angulos rectos ſit ducta A D, *f* tanget ipſa circulum; cumque





e *prop.4.1.*



* *qua in 1. fig. ex incuria omiſſa eſt.*

f *prop. cor. 16.3.*

que circulum ABE recta quędam AD tã-
gat, ſitque à tactu A in circulum ducta re-
cta A B; *g* erit angulus D A B æqualis an- *g prop.23.3.*
gulo A E B in alterna ſectione A E B exi-
ſtenti:ſed D A B eſt æqualis angulo C:igi-
tur & angulus C æqualis erit A E B angu-
lo. Super data ergo recta AB portio circu-
li deſcripta eſt capiens angulum A E B. æ-
qualem angulo C. Sit iam angulus C re-
ctus, ſitque rurſus ſuper A B portio circu-
li capiens angulum recto C æqualem de-
ſcribenda*h*. Fiat angulus B A D angulo C *h prop.23.1.*
æqualis, vt in 2. deſcriptione: *i* AB in F bi- *i prop.10.1.*
ſecetur; & centro F, interuallo FA, aut FB
deſcribatur A E B circulus. *k* Tangit igi- *k cor. prop.*
tur recta A D circulum, quod angulus *16.1.*
B A D rectus ſit:ſed angulus B A D æqua-
lis eſt & angulo C; *l* & angulo A E B in al- *l prop.23.3.*
terna ſectione:erit igitur & AEB, angulo
C æqualis. Deſcripta ergo eſt ſuper A B
portio circuli A E B capiens angulũ AEB
æqualem angulo C. Sit tertio angulus C
obtuſus. *m* ponatur ei ad A rectæ A B æ- *m prop.23.1*
qualis B A D, vt in tertia deſcriptione,
n ducaturq; rectæ A D ad angulos rectos *n prop.11.1.*
recta A E; & AB in F *o* biſecetur, cui ex F *o prop.10.1.*
ad *p* angulos rectos ducatur F G, & iun- *p prop.11.1.*
gatur G B. Cum itaq; A F æqualis ſit F B,

com-

communis F G; erunt duæ F G, A F, duabus F G, B F æquales, & angulus A F G

q prop.4.1. angulo B F G æqualis: q erit igitur & baſis A G baſi B G æqualis. Circulus ergo centro G, interuallo A F deſcriptus tranſibit etiam per B, tranſeat vt A E B. quia ergo diametro A E ab extremitate A ad

r cor. prop. 15.3 angulos rectos ducta eſt A D, r tanget illa circulũ; & cum à tactu A in circulum ducta

s prop.32.3. ſit A B, s erit angulus B A D æqualis angulo A H B, qui eſt in alterna portione circuli A H B. Sed angulus B A D æqualis eſt angulo C. erit ergo & angulus A H B in alterna portione æqualis angulo C. ſuper data ergo recta A B deſcripta eſt portio circuli A H B capiens angulum æqualem angulo C. quod oportuit facere.

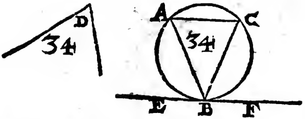
Propoſ. 34. Probl. 6.

A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ESto datus circulus A B C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem à circulo A B C portionem auferre, quę capiat angulum, angulo D æqualem. Ducatur E F tangens circulum in B. a Conſti-

a prop.23.1.

tua-

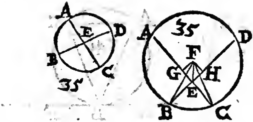


tuaturq; ad B rectæ E F angulus F B C æqualis angulo D. Cum ergo circulũ ABC tangat recta E F, & à tactu B ducta ſit BC, *b* erit angulus F B C ęqualis angulo B A C in alterna portione B A C conſtituto: ſed angulus F B C æqualis eſt angulo D: erit igitur & B A C in alterna ſectione eidem angulo D æqualis. à dato ergo circulo A B C ablata eſt portio B A C capiens angulum æqualem dato angulo D. quod oportebat facere. *b prop. 32. 3*

Propoſ. 35. Theor. 29.

Si in circulo duæ rectæ ſe inuicem ſecēt, erit rectangulum portionibus vnius contentum, æquale portionibus alterius contento.

SEcent in circulo A B C D ſe inuicem duæ rectæ A C, B D in E. Dico rectangulum A E, E C contentum, æquale eſſe D E, E B contento. Si igitur A C, B D per cen-



centrum tranſeant, perſpicuum eſt cum A E, E C: D E, E B ęquales ſint; etiam AE, EC contentum, ęquale eſſe, DE, EB contento. Quod ſi per centrum nõ tranſeant: accipiatur centrum F, ab eoque ad rectas

a prop. 12. 1. AC, DB *a* ducantur perpendiculares FG, FH, iunganturq́; FB, FC, FE. Et quia recta quædam GF per centrum ducta, rectã quandam A C non per centrum ductam

b prop. 3. 3. ad angulos rectos ſecat, & *b* bifariam illam ſecabit: æquales ergo ſunt AG, GC. Cum igitur recta A C in G æqualiter, in E inæ-

c prop. 5. 2. qualiter ſecta ſit; *c* erit quod AE, EC continetur rectangulũ, cũm quadrato quod ex E G æquale quadrato quod ex G C, ſi cõmune, quod ex G F, addatur, erit quod AE, EC continetur, cum illis, quæ ex GE; G F quadratis, æquale illis, quæ ex C G,

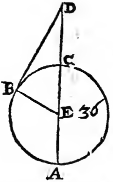
d prop. 47. 1 GF. *d* Sed illis, quæ ex CG, GF æquale eſt, quod ex F C: illis verò, quæ ex G E, G F, æquale eſt, quod ex F E: ergo quod A E, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale

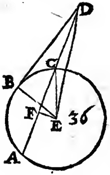
æquale eſt ei, quod ex F C (æqualis autem eſt F C ipſi F B) ergo quod A E, E C continetur, cum illo quod ex E F, æquale eſt ei, quod ex F B. Ob eandem cauſam erit quod D E, E B continetur, cum illo quod ex F E æquale ei quod ex F B. oſtenſum eſt autem & id, quod A E, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale eſſe ei, quod ex F B: ergo quod A E, E C continetur cum illo quod ex F E, æquale eſt illi quod D E, E B continetur, cum illo quod ex F E quadrato; commune, quod ex F E, auferatur; & erit reliquum A E, E C contentum, æquale reliquo D E, E B contento. Si ergo in circulo, &c. quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 36. Theor. 30.

Si extra circulum punctum ſumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ lineæ cadant, quarum una circulum ſecet, altera tangat, rectangulum tota ſecante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuam peripheriam eſt, erit æquale tangentis quadrato.

Extra circulum A B C ſumatur quoduis punctum D, ab eoq; ad circulum





cadant duæ rectæ D C A, D B; quarum D C A circulum ſecet, D B tangat. Dico rectangulum A D, C D contentum, æquale eſſe quadrato, quod fit ex DB. Tráſit autem D C A per centrum, aut non. Tranſeat primo per centrum quod ſit E.

a prop. 18. 3 Ducta ergo E B, *a* erit angulus E B D rectus. Et quia recta A C biſecatur in E, eiq́; b prop. 6. 2. appoſita eſt, in directum C D; *b* erit quod A D, D C continetur: cum eo, quod ex E C æquale ei, quod ex E D; eſt vero E C æqualis ipſi EB: ergo quod AD, DC continetur rectangulũ, cum quadrato quod ex EB, æquale eſt ei, quod ex ED, quadrato. c prop. 47. 1 *c* Eſt autem quod ex E D æquale illis, quæ ex E B, B D quadratis, quod angulus E B D rectus ſit. Ergo quod A D, D C continetur, cum eo quod ex E B; æquale eſt illis, quæ ex E B, B D; commune, quod ex

ex E B tollatur. eritque quod A D, D C continetur, æquale ei quod ex Tangente D B quadrato.

Sed iam D C A non tranſeat per centrum, accipiaturque centrum E, *d* ab eoq; ad A C perpendicularis ducatur F E, iunganturq; E B, E C, E D; *e* erit ergo angulus E B D rectus. Et cum recta quædam E F per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam ſecet, *f* ad rectos angulos illam, & bifariam ſecabit; ſunt ergo A F, F C æquales. Et quia recta A C biſecatur in F, eiq; in directum additur C D, *g* erit quod A D, D C continetur, cum illo quod ex F C, æquale ei quod ex F D: Commune, quod ex F E, addatur, & erit quod A D, D C continetur, cum illis quæ ex F C, F E, æquale illis, quæ ex F D, F E; illis autẽ, quę ex D F; F E, *h* æquale eſt, quod ex D E (eſt enim angulus E F D rectus): illis verò, quæ ex C F, F E, æquale eſt, quod ex C E. Ergo quod A D, D C continetur cum illo quod ex E C, æquale eſt ei, quod ex E D, *i* eſt autem E C æqualis ipſi E B: Ergo quod A D, D C continetur, cum illo quod ex E B, æquale eſt ei, quod ex E D: ei autem quod ex *k* E D æqualia ſunt quæ ex E B, B D, cum angulus

d prop.11.3.

e prop.18.3.

f prop.3.3.

g prop.6.2.

h prop.47.1.

i def.15.1.

k prop.47.1.

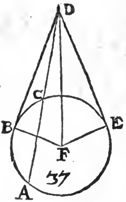
EBD ſit rectus: ergo quod AD, DC continetur cum eo quod ex E B, æquale eſt illis, quæ ex EB, B D; Commune, quod ex E B tollatur, & erit quod A D, D C continetur rectangulum, æquale quadrato ex tangentis DB. Si ergo extra circulum, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 37. Theor. 31.

Si extra circulum punctum ſumatur, ab eoque in circulum duæ rectæ cadant; quarum vna circulum ſecet; altera incidat; ſit autem quod tota ſecante, & ea parte, quæ inter punctum & curuam peripheriam eſt, continetur rectangulum, æquale quadrato quod ſit ab incidente, tanget incidens circulum.

SVmatur extra circulum A B C punctum D, ab eoque in circulum cadant duę rectę D C A, D B; quarum D C A ſecet, D B incidat circulo. Sit autem quod A D, D C continetur rectangulum, ęquale quadrato quod ſit ex DB. Dico DB circulum tangere. *a* Ducatur enim D E circulum tangens, ſumptoq; centro F, iungan-

a prop. 17. 3.



ganturFE,FB,FD,*b* & erit angulus F E D rectus. Et quia D E tangit, D C A ſecat circulum; *c* erit quod A D, DC continetur ęquale ei quod ex D E; ponitur autẽ & quod A D, D C cõtinetur, ęquale ei quod ex D B. ergo quod ex D E æquale eſt ei, quod ex D B; æquales ſunt ergo D E, D B; *d* ſunt verò & F E, F B æquales: duæ igitur D E, E F, duabus D B, B F ęquales ſunt; & baſis F D communis; *e* angulus ergo D E F æqualis eſt angulo D B F: eſt autem D E F rectus; ergo & D B F rectus eſt. Et F B, ſi producatur, eſt diametrus, *f* quæ autem diametro ad angulos rectos ducitur ab extremitate, circulum tangit. Idem demonſtrabitur pari modo ſi centrum ſit in A C. Si ergo extra circulum, &c. quod oportuit demonſtrare.

b *prop. 18. 3*

c *prop. 36. 3*

d *def. 15. 1.*

e *prop. 8. 1.*

f *cor. prop. 16. 3.*

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

Definitiones.

1. Figura rectilinea figuræ rectilineæ inſcribi dicitur, cum ſinguli inſcriptæ anguli, ſingula latera eius, cui inſcribitur, tangunt.
2. Similiter figura figuræ circumſcribi dicitur, cum ſingula latera circumſcriptæ, ſingulos angulos eius, cui circumſcribitur, tangunt.
3. Figura rectilinea circulo inſcribi dicitur; cum ſinguli anguli inſcriptæ tãgunt pheriperiam circuli. *Ita prop. 2. triangulum A B C; ſexta quadratum A B C D circulo inſcriptum vides.*
4. Figura rectilinea circulo circumſcribi dicitur, cum ſingula latera circumſcriptæ circuli peripheriam tangũt. *Ita prop. 4. triangulum A B C; octaua qua-*

quadratum A B C D circulo circumſcriptum cernis.

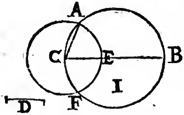
5. Circulus ſimiliter figuræ inſcribi dicitur, cum circuli peripheria ſingula latera eius, cui inſcribitur, tangit. *Ita prop.4. circulum* E F G *triangulo A B C, octaua circulum* E F H K *quadrato, A B C D inſcriptum vides.*

6 Circulus figuræ circumſcribi dicitur, cum peripheria circuli ſingulos angulos eius, cui circumſcribitur, tangit. *Ita prop.2. circulum A B C triangulo, ſexta circulum A B C D quadrato circumſcriptum vides.*

7. Recta linea in circulo aptari dicitur, cum eius termini in circuli peripheria fuerint.

Propoſitio 1. Problema 1.

In dato circulo, data recta linea, quæ diametro circuli maior non ſit, æqualem rectam lineam aptare.



Sit datus circulus ABC, data recta, quę circuli diametro maior non ſit, D. Oporteat autem circulo A B C rectam, rectę D æqualem, aptare. Ducatur diametrus circuli B C. Si ergo B C æqualis eſt ipſi D, factum eſt, quod iubebatur. Circulo enim A B C aptata eſt B C æqualis rectæ datæ. Si

a prop. 3. 1. autem B C maior eſt quam D. *a* Fiat C E æqualis ipſi D; & centro C, interuallo C E deſcribatur circulus E A F, ducaturq́; C A. Quia ergo C centrum eſt circuli A E F;

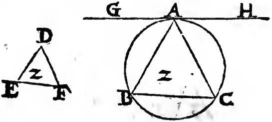
b def. 15. 1. *b* erit C A æqualis C E: ſed ipſi D æqualis eſt CE: erit ergo & D ęqualis ipſi AC. Dato ergo circulo A B C, Datæ rectæ D non maiori circuli diametro, æqualis C A aptata eſt. Quod oportuit facere.

Pro-

Propoſitio 2. Probl. 2.

Dato circulo triangulum dato triangulo æquiangulum inſcribere.

SIt circulus datus ABC, triangulum datum D E F; oporteatque circulo ABC



triangulum, triangulo D E F æquiangulum inſcribere. Ducatur G A H tangens circulum A B C in A; *a* conſtituaturque ad A rectæ G A H, angulus H A C æqualis angulo D E F, & G A B æqualis DFE; ducaturque B C. Quia ergo circulũ ABC tangit recta G A H, & à tactu ducta eſt A C, *b* erit angulus H A C æqualis angulo ABC in alterna portione: ſed HAC eſt æqualis D E F angulo; erit ergo & A B C æqualis eidem D E F. Eadem ratione erit angulus A C B angulo DFE æqualis, *c* reliquus ergo B A C æqualis erit reliquo E D F. Eſt ergo triangulum A B C triangulo D E F æquiangulum, & inſcriptum

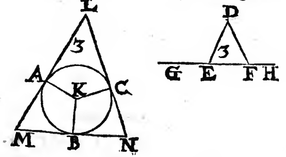
a prop. 23. 1.
b prop. 32. 3.
c prop. 32. 1.

ptum eſt circulo A B C. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propoſitio 3. Probl. 3.

Circa datum circulum dato triangulo æquiangulum triangulum deſcribere.

ESto datus circulus A B C, datum triangulum D E F. oporteatque circa



A B C circulum triangulo D E F æquiangulum triangulum deſcribere. Producatur vtrinque E F in G & H, ſumaturque centrum K circuli A B C, & ducatur recta K B vt libet; & *a* conſtituatur ad K rectæ K B angulo D E G æqualis B K A; angulo verò D F H æqualis B K C, perque puncta A, B, C *b* ducantur tangentes circulum L A M, M B N, N C L. Et quia L M, M N, N L tangunt circulum in A, B, C; & à centro

a prop. 23. 1.

b prop. 17. 3.

tro K ad puncta A, B, C ductæ ſunt K A, K B, K C: c recti igitur erunt anguli ad A, B, C puncta. Et quia quadrilateri A M B K quatuor anguli æquales ſunt quatuor rectis; *diuiditur enim quadrilaterũ AMKB in duo triangula K A M, K B M, quorum anguli K A M, K B M recti ſunt; reliqui ergo A K B, A M B duobus rectis æquales erunt: d Sunt verò & D E G, D E F duobus rectis æquales: ergo A K B, A M B anguli æqnales ſuut angulis D E G, D E F. quorum A K B, D E G æquales cum ſint; erunt & reliqui A M B, D E F æquales. Pari modo demonſtrabitur angulum L N M angulo D F E æqualem eſſe: reliquus ergo M L N reliquo E D F æqualis erit. æquiangulum ergo eſt triangulum L M N triangulo D E F, & deſcriptum eſt circa circulum A B C. Ergo circa datum circulum, &c. Quod oportuit facere.

c prop. 18. 3.

* Si intelligatur ducta linea K M.

d prop. 13. 1.

Propoſitio 4. Probl. 4.

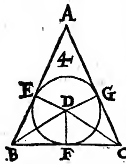
In dato triangulo circulum deſcribere.

Sit datum triangulum A B C, in quo oporteat circulum deſcribere. a biſecentur anguli A B C, B C A rectis B D,

a prop. 9. 1.

C D,

b prop. 12. 1. CD, quæ in D puncto concurrant, *b* ducanturque ex D ad rectas AB, BC, CA perpendiculares DE, DF, DG. Et quia anguli ABD, CBD æquales ſunt (eſt enim ABC biſectus) anguli verò BED, BFD recti, habebunt duo triangula EBD, DBF duos angulos duobus angulis, & vnum latus vni lateri æquale, nempe cõmune BD, *c* habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia; vnde DE, DF æquales erunt: Eandem ob cauſam DG, DF æquales erunt. Circulus ergo centro D, interuallo vno punctorum E, F, G deſcriptus, tranſibit etiam per alia puncta, tangetque rectas AB, BC, CA quod anguli ad E, F, G recti ſint. Si enim ipſas ſecaret, caderet, quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur, intra circulum; *d* quod eſt abſurdum. Non ergo circulus centro D. interuallo vna harum DE, DF, DG deſcriptus ſecat rectas AB, BC, CA; ergo eas tanget; eſtque circulus in triangulo ABC deſcriptus. In dato ergo triangulo, &c. Quod oportuit facere.



c prop. 26. 1.

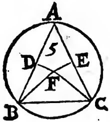
d prop. 16. 3

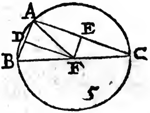
Pro-

Propoſitio 5. Probl. 5.

Circa datum triangulum circulum deſcribere.

Eſto datũ triangulũ ABC, circa q̃ oporteat circulũ deſcribere. biſecẽtur AB, AC in D & E; atque à punctis D, E ducantur ad AB, AC ad angulos rectos DF,





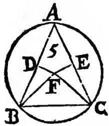


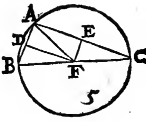
EF, quæ concurrent aut in triangulo ABC, aut in recta BC, aut extra triangulum. Concurrant primò intra triangulum in F, ducanturq; * BF, FC, * FA. Et quia AD, DB æquales ſunt, communis & ad angulos rectos DF, a erunt & baſes AF, FB æquales. Similiter demonſtrabimus CF, AF æquales eſſe: quare & FB, FC æquales erunt. Tres ergo FA, FB, FC æqua-

* *FA in tã fig. omiſſa eſt.*

a *prop. 4. 1.*

æquales ſunt. Circulus ergo centro F interuallo vna ipſarum F A, F B, F C deſcriptus tranſibit & per reliqua puncta, eritque circulus circa A B C triangulum deſcriptus. Concurrant iam D F, E F in recta BC in F, vt in ſecunda deſcriptione,







iungaturque A F. Similiter demõſtrabimus punctum F centrum eſſe circuli circa triangulum ABC deſcripti. Cõcurrant demum DF, EF extra triangulum A B C in F, vt tertia habet deſcriptio, & iungantur A F, F B, F C. Cumque A D, D B æquales ſint, communis, & ad angulos rectos D F, *b* erunt & baſes A F, B F æquales. Similiter demonſtrabimus & C F ipſi F A æqualem eſſe: quare & B F æqualis erit F C. Rurſus ergo circulus centro F: interuallo vna harum FA, F B. F C, deſcriptus

b prop. 4.1.

ptus tranſibit etiam per reliqua puncta, eſtque circa A B C triangulum deſcriptus. Quod facere oportuit.

Corollarium.

Vnde perſpicuum eſt, quando centrum circuli in triangulum cadit, angulũ B A C in maiore portione ſemicirculo exiſtentem recto minorem eſſe. quando verò centrum in B C cadit, in ſemicirculo exiſtentem, rectum: quando denique centrum extra B C cadit, in minore portione ſemicirculo exiſtentem, maiorem recto. Vnde quando datus angulus minor eſt recto, intra triangulum cadunt rectæ D F, E F; quando rectus, in B C; quando maior recto, extra B C; quod oportuit demonſtrare.

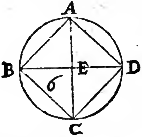
Propoſitio 6. Probl. 6.

In dato circulo qudaratum deſcribere.

SIt in dato circulo A B C D quadratum deſcribendum. *a* ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, iunganturque *a prop. 11. 12*

que A B, B C, C D, D A. Cum ergo B E, E D ſint æquales, quippe ex centro E, cõmunis & ad angulos

b prop.4.1. rectos E A; *b* erit & baſis A B baſi A D



æqualis. Eadem ratione vtraque ipſarũ B C, C D, vtriq; A B, A D eſt æqualis. Eſt Ergo quadrilaterum A B C D æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum recta B D diametrus ſit circuli A B C D;

c prop.31.3. *c* erit B A D ſemicirculus; rectus eſt ergo angulus B A D. Ob eandem cauſam qui libet angulorum A B C, B C D, C D A rectus eſt; rectangulum ergo eſt quadrilaterum A B C D. Oſtenſum eſt autem &

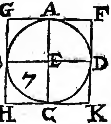
d def.27.1. æquilaterum; *d* quadratum ergo eſt: & eſt circulo inſcriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propoſitio 7. Probl. 7.

Circa datum circulum quadratum deſcribere.

SIt circa datum circulum A B C D quadratem deſcribendum. Ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, & per pun-

punƈta A,B,C,D ducantur tangentes circulum F G, G H, H K, K F. Cum ergo



F G tangat circulum, & à centro E ad tactũ A ducta ſit E A; *a* erũt anguli ad A recti. Eadẽ de cauſa *a* erunt & anguli ad B, C, D recti, cumque anguli A E B, EBG recti ſint, *b* erunt GH, AC parallelæ. Eadem de cauſa erunt A C, F K parallelæ; Similiter demonſtrabimus, quod GF, HK ſint ipſi B E D parallelæ: Sunt ergo G K, G C, AK, FB, B K parallelogramma. *c* vnde æqualis eſt G F ipſi HK; & G H ipſi F K. *d* & quia A C, B D æquales ſunt. Atque AC vtrique GH, F K; & B D vtrique G F, H K eſt æqualis; ergo vtraque G H, F K, vtrique G F, H K eſt æqualis. Eſt igitur F G H K quadrilaterum æquilaterũ; dico quod & rectangulum. Cum enim G B E A ſit parallelogrammum, ſitq; angulus A E B rectus, *e* erit & A G B rectus. Similiter demonſtrabimus quod anguli ad H,K,F recti ſint; eſt ergo FGHK rectangulum quadrilaterum, oſtenſum eſt autẽ & æquilaterum, *f* quadratum ergo eſt, & eſt circa A B C D circulũ deſcriptum: erge

a prop.18.3.
b prop.28.1.
c prop.34.1.
d def.15.1.
e prop.34.1.
f def.27.1.

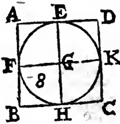
L circa

circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propoſitio 8. Probl. 8.

In dato quadrato circulum deſcribere.

SIt in dato quadrato A B C D circulus deſcribendus. *a* Biſecentur A B, A D in F, E; *b* ac per E quidem ducatur alterutri A B, C D parallela E H: per F verò alterutri A D, B C parallela F F. Sunt ergo A K, K B, A H, H D, A G, G C, B G, G D parallelogramma, *c* ideoque latera oppoſita æqualia. Et quia A D, A B æquales ſunt, erunt & ſemiſſes earum A E, A F æquales: *d* quare & oppoſitæ illis F G, G E æquales erunt. Similiter demonſtrabimus vtramq; G H, G K vtrique F G, G E æqualem eſſe. Sunt igitur quatuor G E, G F, G H, G K æquales. Circulus igitur centro G, interuallo vna harum G E, G F, G H, G K deſcriptus, tranſibit & per reliqua puncta: ſed & tangit rectas A B, B C, C D, D A, quod anguli ad E, F, H, K recti ſint. Si enim circulus ipſas A B, B C, C D, D A ſecaret, caderet quæ ab extremitate diametri



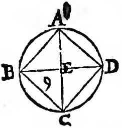
a prop. 10. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 34. 1.
d prop. 34. 1.

tri ad angulos rectos ducitur, in circulum, *e* quod eſt abſurdum; Non ergo circulus centro G, & interuallo vna harum G E, GF, GH, GK deſcriptus ſecat rectas AB, BC, CD, DA: tangit ergo: & eſt quadrato ABCD inſcriptus. In dato ergo quadrato, &c. Quod oportuit facere. *e prop. 16. 3.*

Propoſitio 9. Probl. 9.

Circa datum quadratum circulum deſcribere.

Sit circa datum quadratum ABCD circulus deſcribendus: ductæ rectæ



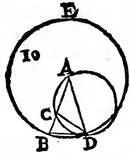
AC, BD ſe in E ſecent. Et quia DA, AB æquales ſunt, AC communis, erunt duę DA, AC, duabus BA, AC æquales: ſed & baſes DC, BC *a* æquales ſunt: *b* erunt ergo & anguli DAC, BAC æquales: angulus ergo DAB rectâ AC biſecatur. Similiter demonſtrabimus quemlibet horum ABC, BCD, CDA rectis AC, DB biſecari. Et cum anguli DAB, ABC æquales ſint; ſintque EAB, EBA eorum dimidij, *c* erunt & ipſi æquales: *a def. 17.* *b prop. 8. 1.* *c ax. 7.*

quare & latera E A, E B æqualia erunt. Similiter demonſtrabimus vtramque rectarum E C, E D, vtrique E A, E B æqualem eſſe. Quatuor ergo E A, E B, E C, E D æquales ſunt. Igitur circulus centro E, interuallo vna harum E A, E B deſcriptus, tranſibit & per reliqua puncta, eſt igitur circa A B C D quadratum deſcriptum. Ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propoſitio 10. Probl. 10.

Triangulum iſoſcele cõſtituere, habens vtrumque qui ad baſim angulum duplum reliqui.

a prop. 11. 2.



EXponatur recta quędã AB, *a* quę in C ſic ſecetur, vt AB, BC contentum æquale ſit quadrato ex CA deſcripto. Igitur centro A, interuallo AB deſcribatur circulus B D E, *b* eique aptetur recta B D æqualis ipſi A C; & ductis D A, D C, *c* deſcribatur circa triangulum ACD circulus ACD. Et cum quod A B, B C continetur æquale ſit ei, quod ex AC quadrato, ſitque

b prop. 1. 4.
c prop. 5. 4.

AC

AC ipſi BD æqualis; erit & quod AB, BC continetur æquale ei, quod ex BD. Cum igitur extra circulum ACD acceptum ſit punctum B, ab eoq; ad circulum ACD cadant duæ rectæ BCA, BD, quarum vna circulum ſecat, altera ei incidit, ſitque quod AB, BC continetur æquale ei quod ex BD, d tanget BD circulum ACD; cumque BD circulum ACD tangat, à tactu autem D ducta ſit DC, e erit angulus BDC angulo DAC in alterna circuli portione conſiſtenti æqualis. Cum ergo anguli BDC, DAC ſint æquales, ſi cõmunis CDA addatur, erit totus BDA duobus CDA, DAC æqualis: f ſed duobus CDA, DAC æqualis eſt externus BCD: ergo BDA æqualis erit ipſi BCD: ſed ipſi BDA æqualis eſt CBD, cum & g latera AD, AB ſint æqualia: quare & DBA, BCD æquales erunt: tres ergo BDA, DBA, BCD ſunt æquales: & cum anguli DBC, BCD æquales ſint, erunt & latera BD, DC æqualia; ſed BD ipſi CA ponitur æquale; ſunt ergo & AC, CD æqualia: vnde & anguli CDA, DAC æquales erunt: ergo anguli CDA: DAC dupli ſunt anguli DAC: eſt verò & BCD æqualis duobus CDA, DAC;

d prop. 37. 3.

e prop. 32. 3.

f prop. 32. 1.

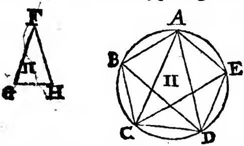
g Def. 15. 1.

ergo BCD duplus eſt ipſius DAC: Et cum vterque BDA, DBA angulo BCD ſit æqualis, duplus erit vterque reliquo DAB. Triangulum ergo iſoſceles, &c. Quod oportuit facere.

Propoſitio 11. Probl. 11.

Dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inſcribere.

Sit in dato circulo ABCDE pentagonum æquilaterum & ęquiangulum de-



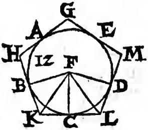
ſcribendum. Exponatur triangulum iſoſceles duplum habens vtrumq; angulum
a prop. 10. 4. ad G, H, eius qui eſt ad F; & *a* inſcribatur circulo ABCDE triangulum ACD æquiangulum triangulo FGH; ita vt angulo F æqualis ſit angulus CAD; angulis G, H anguli ACD, CDA. Et quia vterque ACD, CDA duplus eſt anguli
b prop. 9. 1. CAD, *b* biſecentur rectis CE, DB, iungan-

ganturque A B, B C, C D, D E, E A. Cum itaque vterque angulorum A C D, C D A duplus ſit anguli C A D, biſectique ſint rectis C E, D B, erunt quinq; anguli D A C, A C E, E C D, C D B, B D A æquales inter ſe: *c* Et cum æquales anguli æqualibus peripheriis inſiſtant, erunt quinque peripheriæ A B, B C, C D, D E, E A æquales: *c prop. 26. 3* *d* ſed æquales peripherias æquales rectæ ſubtendunt; ſunt ergo hæ quinque rectæ A B, B C, C D, D E, E A æquales; eſt ergo pentagonum A B C D E æquilaterum. *d prop. 29. 3* Dico quod & æquiangulum. Quia A B, D E peripheriæ æquales ſunt, ſi communis B C D addatur, erunt totæ A B C D, E D C B æquales; & inſiſtit peripheriæ A B C D angulus A E D; peripheriæ vero B C D E angulus B A E; *e* ſunt ergo A E D, B A E anguli æquales. *e prop. 27. 3* Eadem de cauſa, quilibet angulorum A B C, B C D, C D E vtrique A E D, B A E æqualis erit: eſt ergo pentagonum A B C D E æquiangulum; demonſtratum autem eſt, quod & æquilaterum. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propoſitio 12. Probl. 12.

Circa datum circulum pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

OPorteat circa circulum ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Cogitentur angulorum pentagoni inſcripti puncta, A,B,C,D,E ita vt peripheriæ, AB, BC,CD,DE,EA



a prop.17.3. æquales ſint, *a* ducanturque per A,B,C, D,E rectæ GH,HK,KL,LM,MG tangentes circulum, & accipiatur centrũ circuli F, iunganturque FB, FK, FC, FL, FD. Cum itaque KL recta circulum in C tangat, & ab F ad contactum C ducta ſit
b prop.18.3. FC, *b* erit ipſa ad KL perpendicularis: vterque ergo angulus ad C eſt rectus. Eandem ob cauſam recti ſunt anguli ad B,D:
c prop.47.1 & cum angulus FCK rectus ſit, *c* erit quod ex FK æquale illis, quæ ex FC, CK quadratis. Eadem de cauſa, erunt quæ ex FB, BK æqualia illi, quod ex FK: ſunt ergo quæ ex FC,CK æqualia illis, quæ

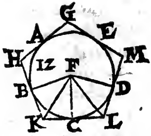
quæ ex B F, B K; quorum quod ex F C æquale * eſt ei, quod ex F B: erit igitur & reliquum quod ex CK ęquale reliquo, quod ex B K: ſunt ergo B K, CK ęquales. Et quia F B, F C æquales ſunt, communis F K, erunt duæ B F, F K duabus C F, F K æquales, & baſis B K baſi C K æqualis; *d* ergo & angulus B F K æqualis erit angulo K F C; & angulus B K F, angulo F K C: eſt ergo angulus B F C duplus anguli K F C; & B K C duplus anguli F K C. Ob eandem cauſam erit & C F D duplus ipſius C F L; & C L D duplus ipſius C L F. Cumq́; peripheriæ B C, C D æquales ſint, *e* erunt & anguli B F C, C F D æquales, eſtq́ue B F C ipſius K F C duplus, D F C verò duplus ipſius L F C: æquales ergo ſunt K F C, C F L. *f* duo ergo triangula F K C, F L C duos angulos duobus habẽtia æquales alterum alteri, & latus vnum vni lateri F C vtrique commune; habebunt & reliqua latera reliquis æqualia, angulumq́ue reliquum reliquo. Sunt igitur tam rectæ K C, C L, quam anguli F K C, F L C æquales, cumq́ue K C æqualis ſit C L, dupla erit K L ipſius K C. Eadem de cauſa demonſtrabitur H K dupla ipſius B K; & cum demonſtratum ſit B K æqualis K C, ſitq́; K L du-

** quia F B, F C ſunt æquales, quippe ex centro ad peripheriam.*

d prop. 8. 1.

e prop. 27. 3

f prop. 26. 1.



pla ipſius K C, & H K dupla ipſius B K; g erit & H K ipſi K L æqualis. Similiter demõſtrabitur quælibet ipſarum G H, G M, M L vtriq; H K, K L ęqualis: eſt ergo pentagonum G H K L M æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum enim anguli F K C, F L C æquales ſint, oſtenſusque ſit H K L duplus ipſius F K C: & ipſius F L C duplus K L M; erit & H K L ipſi K L M æqualis. Similiter demonſtrabitur quilibet ipſorum K H G, H G M, G M L vtrique H K L, K L M æqualis. Quinque ergo anguli G H K, H K L, K L M, L M G, M G H ſunt æquales; æquiangulum ergo eſt pentagonum. Oſtenſum autem eſt & æquilaterum, & eſt deſcriptum circa circulum A B C D E. quod oportebat facere.

g ax. 6.

Propoſ. 13. Probl. 13.

Dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inſcribere.

OPorteat dato pentagono æquilatero & æquiangulo A B C D E circulum inſcribere. a biſecetur vterq; angulorum

a prop. 9. 1.

B C D,

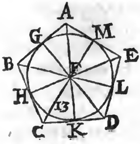
BCD, CDE rectis CF, DF; & à puncto F, in quo CF, DF, concurrunt, ducantur rectæ FB, FA, FE. & quia BC, CD ęquales ſunt, communis CF, eurnt duæ BC, CF duabus DC, CF æquales, & angulus BCF angulo DCF æqualis: *b* ergo & baſis BF, baſi DF æqualis erit, & triangulum BFC triangulo DCF, reliquiq; anguli reliquis, quibus æqualia latera ſubtenduntur, æquales erunt. Sunt igitur anguli CBF, CDF æquales. Et cum angulus CDE duplus ſit anguli CDF; æquales autē & CDE, ABC; & CDF, CBF; erit & CBA duplus ipſius CBF: æquales ergo ſunt ABF, FBC: biſecatur ergo angulus ABC recta BF. Similiter demonſtratur quemlibet angulorum BAE, AED rectis FA, FE biſecari. *c* Ducantur enim ab F ad AB, BC, CD, DE, EA recta perpendiculares FG, FH, FK, FL, FM. Quia ego anguli HCF, KCF æquales ſunt; FHC rectus, æqualis recto FKC; erunt duo triangula FHC, FKC duos angulos duobus æquales habentia vnumque latus vni, FC



b prop. 4. 1.

c prop. 12. 1.

latus



latus commune, & vni æqualium angulorũ ſubtẽſum, *d* habebunt ergo & reliqua latera reliquis ęqualia; ſunt ergo perpẽdiculares FH, FK æquales. pari modo demonſtratur quælibet harum FL, FM, FG vtriq; FH, FK æqualis. quinq; ergo rectæ FG, FH, FK, FL, FM æquales ſunt, circulus ergo centro F; interuallo vna harum FG, FH, FK, FL, FM deſcriptus, tranſibit & per reliqua puncta, tangetq; rectas AB, BC, CD, DE, EA, eo quod anguli ad G, H, K, L, M recti ſint. Quod ſi illas non tangat, ſed ſecet; cadet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur intra circulum, *e* quod abſurdum eſſe oſtenſum eſt; non ergo circulus centro F, interuallo FG, FH, FK, FL, FM deſcriptus ſecat rectas AB, BC, CD, DE, EA; ergo tanget.

d prop. 26. 1.

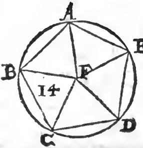
e prop. 16. 3.

dato ergo pentagono. quod oportuit facere.

Pro-

Propoſ. 14. Probl. 14.

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum deſcribere.



OPorteat circa datum pentagonum æquilaterũ & æquiangulum A B C D E circulum deſcribere. *a* Biſecetur vterq; angulorum B C D, C D E rectis C F; F D; & ab F puncto in quo rectæ concurrunt ad B, A, E ducātur rectæ F B, F A, F E. Similiter ergo, vt in præcedente, demonſtrabitur quemlibet angulorũ C B A, B A E, A E D, rectis B F, F A, F E biſecari. Et quia anguli B C D, C D E æquales ſunt, eſtque F C D dimidius ipſius B C D, & C D F dimidius ipſius C D E; erunt F C D, F D C æquales, *b* quare & latera F C, F D æqualia erunt. Similiter demõſtrabitur, quamlibet ipſarum F B, F A, F E, vtrilibet F C, F D æqualem eſſe. Quinque ergo F A, F B, F C, F D, F E æquales ſunt. circulus igitur centro F; interuallo vna harum

a prop. 9. 1.

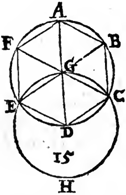
b prop. 6. 1.

F A,

FA, FB, FC, FD, FE deſcriptus, tranſibit & per reliqua puncta; eritq; circa pentagonum ABCDE deſcriptus. Circa datum ergo, &c. Quod facere oportebat.

Propoſ. 15. Probl. 15.

In dato circulo hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.



Sit in dato circulo ABCDEF hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribendum. Ducta diametro AD, ſumatur centrum G, atq; centro D, interuallo DG deſcribatur circulus EGCH; & ductæ EG, CG producantur ad B, F, iunganturque AB, BC, CD, DE, EF, FA. Dico ABCDEF hexagonum æquilaterum & æquiangulum eſſe. Cum enim G centrum ſit circuli ABCDEF, erunt GE, GD æquales. Et cum D centrum ſit circuli EGCH, erunt & DE, DG æquales.

a ax. 1. Sed GE oſtenſa eſt æqualis ipſi DG; a erit ergo

ergo & G E æqualis ipſi E D: triangulum erg E G D æquilaterum eſt, & tres anguli eius E G D, G D E, D E G æquales, cum iſoſcelium triangulorum anguli ad baſim æquales ſint. Et quia tres anguli trianguli duobus rectis ęquales ſunt, erit angulus E G D tertia pars duorum rectorũ. Similiter demonſtratur D G C tertia pars eſſe duorum rectorum. & cum recta C G ſuper E B conſiſtens *c* angulos deinceps, E G C, C G B duobus rectis æquales faciat; erit & reliquus C G B tertia pars duorum rectorum. ſunt igitur anguli E G D, D G C, C G B inuicem æquales; *d* erunt igitur & qui ad verticem B G A, A G F, F G E æquales, *e* æquales autem anguli æqualibus peripheriis inſiſtunt: peripheriæ ergo A B, B C, C D, D E, E F, F A ſunt æquales, *f* æqualibus autem peripheris æquales rectæ lineæ ſubtenduntur: ſex igitur rectæ æquales ſunt; ideoque hexagonum A B C D E F æquilaterum eſt. Dico quod & æquiangulum. Cum enim peripheriæ A F, E D æquales ſint: ſi communis A B C D, addatur, erunt totæ F A B C D, E D C B A æquales: *g* Sed peripheria F A B C D inſiſtit angulus F E D; peripherię verò E D C B A, angulus A F E, ſunt ergo

b *prop. 23. 1*

c *prop. 13. 1*

d *prop. 12. 1*

e *prop. 26. 3*

f *prop. 29. 3*

g *def. 9. 3.*

ergo anguli A F E, D E F æquales. Similiter demonſtrabitur reliquos hexagoni ABCDEF angulos, vtriq; AFE, FED æquales eſſe. Eſt ergo hexagonũ ABCDEF æquiangulum: oſtenſum eſt autem & æquilaterum, & eſt in circulo deſcriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportebat facere.

Corollarium.

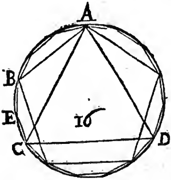
Ex his manifeſtum eſt latus hexagoni æquale eſſe ei, quæ ex centro circuli. Et ſi per puncta A, B, C, D, E, F *b* tangentes circulum rectæ ducantur, circa circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptum eſſe, vt in illis quę de pentagono dicta ſunt videre licet. Præterea iuxta illa quę de pentagono dicta ſunt in dato hexagono circulum deſcribemus.

b prop.17.3.

Pro-

Propoſ.16.Theor.16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.



OPorteat in dato circulo ABCD quindecagonum ęquilaterũ & æquiangulum deſcribere. Deſcribatur in circulo ABCD trianguli æquilateri latus AC pentagoni æquilateri AB. Qualium ergo totus circulus partium eſt quindecim, talium eſt ABC peripheria, tertia circuli pars exiſtens, quinque; AB, quinta pars circuli exiſtens, trium; pars ergo BC, duarum; quæ ſi in E *a* biſecetur, erit qualibet peripheriarum BE, EC decimaquinta pars circuli. Si ergo ductis rectis BE, EC, eis æquales in continuum circulo rectas *b* aptemus, erit quindecagonum ęquilaterum, & æquiangulum deſcriptum. Quod facere oportuit. *a prop.30.3.* *b prop.31.4*

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

1 Pars eſt magnitudo magnitudinis, minor maioris, quando minor metitur maiorem. *Vt, 2. eſt pars ipſius 6, at non ipſius 7: quia 2, metitur 6; nõ metitur 7.*

2 Multiplex eſt maior minoris, quando minor metitur maiorẽ. *Vt 6. eſt multiplex ipſius 2. at 7. ipſius 2. multiplex nõ eſt. Quia 2. metitur 6; non item 7.*

3 Proportio eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis mutua quædam ſecundum quantitatem, habitudo. *Proportio ergo eſt inter res eiuſdem generis vt inter numeros, lineas, ſuperficies, corpora, &c.*

4 Proportionẽ inter ſe habere dicuntur magnitudines, quæ multiplicatę poſſunt ſe inuicem ſuperare. *Vnde liquet inter angulum contingentiæ & rectilineum*

neum quemcumq; proportionem nõ eſſe. Quia licet prior in infinitũ multiplicetur, nunquã tamen ſuperabit poſteriorẽ.

5 In eadẽ proportione dicuntur eſſe magnitudines, prima ad ſecundam, & tertia ad quartam, quando ęquè multiplices, primæ & tertiæ, æquè multiplices, ſecundæ & quartæ, ſecundum quamuis multiplicationem; vtraque ab vtraq; vel æquè deficiũt, vel ęquè æquales ſunt, vel ęquè ſuperant, ſi ordine ſumantur. *Vt ſi horum quatuor numerorum 8.6.4.3 primi & tertij accipiantur æquè multiplices 16. & 8. ſecũdi & quarti 18. & 9. & collocentur eo ordine, quo numeri, quorum ſunt multiplices, hoc nimirum 16. 18. 8. 9. ſi iam primus minor ſit ſecundo, erit & tertius quarto minor; & ſi maior, maior, ſi æqualis, æqualis, ſi inquam hoc ſemper contingat dicetur quatuor magnitudines in eadem eſſe proportione.*

6 Magnitudines quę eandem proportionem habent, proportionales vocantur. *Vt 4. & 2; item 6. & 3. cum habeant eandem proportionem, nempe duplam, dicuntur proportionales.*

7 Quando ęquè multiplicium multiplex primæ ſuperat multiplicem ſecundæ;

at multiplex tertia non ſuperat multiplicem quartæ; prima ad ſecundam dicitur habere maiorem proportionem quam tertia ad quartam.

8 Analogia eſt proportionũ ſimilitudo.

9 Analogia in tribus minimis terminis conſiſtit. *Vt in his numeris 4.6.9. vt enim eſt primus ad ſecũdum, ita ſecundus ad tertium.*

10 Cum fuerint tres magnitudines proportionales, prima ad tertiam duplicatam proportionem habere dicitur eius, quã habet ad ſecundam. *Vt cum fuerint proportionales hi tres numeri 2.4.8. erit proportio quam habet 2. ad 8. duplicata eius, quam habet ad 4.*

11 Cum fuerint quatuor magnitudines proportionales prima ad quartã triplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad ſecũdam. Et deinceps ſemper vna amplius quoad vſq; proportio extiterit. *Vt ſi ſint proportionales hi quatuor numeri 2. 4. 8. 16, erit proportio quam habet 2. ad 16. tripla eius quam habet ad 4.*

12 Homologę, ſeu ſimilis rationis magnitudines dicuntur eſſe, antecedentes antecedentibus, conſequentes conſequentibus.

13 Fer-

13 Permutata ratio,eſt ſumptio antecedẽtis ad antecedentẽ, & conſequẽtis ad conſequentem. *Demõſtratur prop.16. in qua cum eſt vt A ad B, ita C ad D, eſt quoq; permutãdo, vt A ad C; ita B ad D.*

14 Conuerſa ratio,eſt ſumptio conſequẽtis vt antecedentis ad antecedẽtem, vt ad conſequentem. *Vide cor.4.prop.*

15 Compoſitio rationis eſt ſumptio antecedentis vnà cum conſequente, vt vna, ad conſequentem. *Demõſtratur prop.18. in qua cum eſt vt A B ad E D; ita C F ad F D; eſt quoq; vt A B ad F D; ita C D ad F D.*

16 Diuiſio rationis eſt ſumptio exceſſus, quo antecedens ſuperat conſequentem, ad conſequentem: *Demõſtratur prop.17. in qua cum eſt, vt A B ad B E; ita C D ad D E, eſt quoque vt A E ad E B: ita C F ad F D.*

17 Conuerſio rationis eſt ſumptio antecedẽtis ad exceſſum, quo antecedens conſequentem ſuperat. *Demõſtratur prop.19. in qua cum eſt vt A B ad C D, ita A E ad C F erit quoque E B ad F D; vt eſt A B ad C D.*

18 Ex æquali ratio eſt cum plures fuerint magnitudines, & aliæ ipſis numero æquales, quę binæ, & in eadẽ ratione

ſumantur, fueritq; vt in primis magnitudinibus prima ad vltimã, ita in ſecundis prima ad vltimã. Vel eſt ſumptio extremarũ per ſubtractionẽ mediarũ. *Demõſtratur 22. in qua cũ eſt vt A ad B; ita D ad E; & vt B ad C, ita E ad F; erit ex æquali, vt A ad C, ita D ad F.*

19 Ordinata proportio eſt, cum fuerit vt antecedens ad conſequentem, ita antecedens ad conſequentem; vt autem conſequens ad aliam quampiam, ita conſequens ad aliam quampiam. *In prop. 20. & 23. in primis magnitudinib⁹ antecedens eſt A, conſequẽs B, alia quæpiam C: in ſecundis antecedens eſt D, conſeqnens E, alia quæpiam F.*

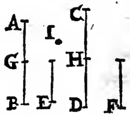
20 Perturbata proportio eſt, quando tribus exiſtentibus magnitudinibus; & aliis ipſis numero æqualibus, fuerit vt in primis magnitudinibus antecedens ad conſequentem; ita in ſecundis antecedens ad conſequentem. Vt autem in primis conſequẽs ad aliam quampiam: ita in ſecundis alia quæpiam ad antecedentem. *Vt in 21. & 23. prop. in primis tribus magnitudinibus antecedens eſt A conſequens B, alia quæpiam C. In ſecundis antecedens eſt E, conſequens F, alia quæpiam D.*

Pro-

Propoſ. 1. Theor. 1.

Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum, æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices, quotuplex eſt vna magnitudo vnius totuplices ſunt omnes omnium.

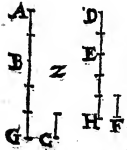
SInt quotcumque magnitudines A B, C D, quotcumque magnitudinum E, F æqualium numero, ſingulæ ſingularum æque multiplices. Dico quam multiplex eſt A B ipſius E, tam multiplices eſſe A B, C D ſimul, ipſarum E, F ſimul. Cum enim quam multiplex eſt A B ipſius E, tam multiplex ſit C D ipſius F; erunt in C D tot magnitudines æquales ipſi F; quot ſunt in A B æquales ipſi E. Diuidatur A B in magnitudines A G, G B æquales ipſi E; Et C D in C H, H D æquales ipſi F; eritque multitudo ipſarum A G, G B æqualis multitudini ipſarum C H, H D: cumque A G ipſi E, & C H æquale ſit ipſi F; erunt A G, C H æquales ipſis E, F. Eadem de cauſa erunt G B, H D ipſis E, F æquales: quot



ergo in A B ſunt magnitudines æquales ipſi E, tot ſunt in A B, C D æquales ipſis E, F. Quæ quam multiplex eſt A B ipſius E, tam multiplices ſunt A B, C D ipſarum E, F. Si ergo fuerint, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 2. Theor. 2.

Si prima ſecunda æquè multiplex fuerit, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex, atque ſexta quartæ; erit & compoſita ex prima & quinta æquè multiplex ſecundæ, atque tertia & ſexta, quartæ.



Esto prima A B ſecundę C ęquè multiplex, atque tertia D E quartæ F: ſit verò & quinta B G ſecundæ C æquè multiplex, atq; ſexta E H quartæ F. Dico & compoſitam ex prima & quinta A G ſecundæ C, æquè multiplicem eſſe, atque eſt tertia & ſexta D H, quartæ F. Cum enim quam multiplex eſt A B ipſius C, tam multiplex ſit D E ipſius

ipſius F, erunt in DE tot magnitudines æquales ipſi F, quot ſunt in AB æquales ipſi C. Eademque de cauſa quot ſunt in BG æquales ipſi C, tot erunt in EH æquales ipſi F: quot ergo ſunt in tota AG æquales ipſi C; tot ſunt in tota DH æquales ipſi F. Quam multiplex eſt ergo AG ipſius C, tam multiplex eſt DH ipſius F. Ergo AG compoſita ex prima & quinta ſecundæ C æquè multiplex eſt, atque tertia & ſexta DH quartæ F. Si ergo prima ſecundæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 3. Theor. 3.

Si prima ſecundæ æquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ; ſumantur autem æquè multiplices primæ & tertiæ; erit ex æquali ſumptarum vtraque vtriuſque æquè multiplex, altera quidem ſecundæ; altera autem quartæ.

ESto prima A ſecundæ B æquè multiplex, atque tertia C quartæ D. & accipiantur ipſarum A, C æquè multiplices EF, GH. Dico æquè multiplicem eſſe EF ipſius B, atque eſt GH ipſius D. Cum

enim æque multiplex ſit E F ipſius A, atque eſt G H ipſius C: continebuntur in G H tot magnitudines æquales ipſi C, quot in E F æquales ipſi A. Diuidatur E F in magnitudines E K, K F, æquales ipſi A; & G H in G L, L H æquales ipſi C. Eſt autem multitudo ipſarum E K, K F æqualis multitudini ipſarum G L, L H. Et quia æque multiplex eſt A ipſius B, vt C ipſius D; eſtque E K ipſi A; & G L ipſi C æqualis, erit & E K æquè multiplex ipſius B, vt G L ipſius D. Eadem de cauſa æquè multiplex eſt K F ipſius B, vt L H ipſius D. Cum igitur prima E K ſecundæ B æquè multiplex ſit, vt tertia G L quartæ D; ſit verò & quinta K F ſecundæ B æquè multiplex, vt eſt ſexta L H quartæ D; a erit & cõpoſita ex prima & quinta E F ſecundæ B æquè multiplex, atque eſt tertia cum ſexta G H quartæ D. Si ergo prima ſecundæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.



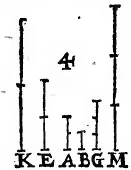
a prop. 2. 5.

Propo-

Propoſitio 4. Theor. 4.

Si prima ad ſecundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebunt & æquemultiplices primæ & tertiæ ad æquemultiplices ſecundæ & quartæ, ſecundam quamuis multiplicationem, eandem proportionem, ſi, vt inter ſe reſpondent, ſumpta fuerint.

HAbeat prima A ad ſecundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Et accipiantur ipſarum A, C æque multiplices E, F; ipſarum verò B, D quæcunque aliæ æque multiplices G, H. Dico vt eſt E ad G, ita eſſe F ad H. Accipiantur enim ipſarum E, F æquè multiplices K, L; ipſarum verò G, H æque multiplices M, N. Et quia ita multiplex eſt E ipſius A, vt F ipſius C; acceptæque ſunt ipſarum E, F æque multiplices K, L: a ita ergo multiplex eſt K ipſius A, vt L ipſius a prop.3.ſi





ipſius C. Eadem de cauſa ita multiplex eſt M ipſius B, vt N ipſius D. Et quia eſt vt A ad B; ita C ad D, acceptęque ſunt ipſarum A, C ęque multiplices K, L; ipſarum verò B, D alię quęcunque M, N: *b* ergo ſi K ſuperat M, ſuperabit & L ipſam N; & ſi ęqualis, ęqualis; ſi minor, minor; ſuntque K, L ipſarum E, F æque multiplices; M vero & N ſunt ipſarum G, H ęque multiplices: *c* eſt ergo, vt E ad G; ita F ad H. Si ergo prima ad ſecundam, &c. Quod oportuit demonſtrare.

b *def. 5. 5.*

c *def. 5. 5.*

Lemma.

Quoniam demonſtratum eſt, ſi K ſuperet M, ſuperare & L ipſum N; & ſi ſit æqualis, eſſe æqualem; ſi minor, minorem. Conſtabit etiam, ſi M, ſuperet K, ſuperare & N ipſum L, & ſi ſit æqualis, eſſe æqualem, ſi minor, minorem, atque idcirco erit vt G ad E; ita H ad F.

Corollarium.

Ex hoc manifeſtum eſt, ſi quatuor magnitu-

gnitudines fuerint proportionales, & cõuerſim proportionales eſſe. *Hoc eſt ſi eſt vt A ad B; ita C ad D; eſſe quoque B ad A, vt D ad C.*

Propoſitio 5. Theor. 5.

Si magnitudo magnitudinis æque multiplex fuerit, atque ablata ablatæ; & reliqua reliquæ æque multiplex erit atque tota totius.

SIt magnitudo AB magnitudinis CD æque multiplex, atque eſt ablata AE ablatæ CF. Dico & reliquam



EB, reliquę FD æque multiplicem eſſe, vt eſt tota AB totius CD. Quotuplex enim eſt AE ipſius CF, totuplex fiat EB ipſius CG. Et quia æque multiplex eſt AE ipſius CF, atque EB ipſius CG, *a* erit AE ęque multiplex CF atq; AB ipſius GF; ponitur autem AE ęque multiplex ipſius CF, atque eſt AB ipſius CD: æquè ergo multiplex eſt AB vtriuſque GF, CD: *b* ęquales ergo ſunt GF, CD; Communis CF auferatur, & erit reliqua GC reliquæ DF æqualis. Et cum æque multiplex ſit AE ipſius CF, atq; EB ipſius GC, eſtque GC æqua-

a prop. 1. 5.

b *Colligitur ex ax. 7.*

æqualis D F. ęque ergo multiplex eſt A E ipſius C F, atque E B ipſius F D, ponitur autem & A E ipſius C F ęque multiplex, vt A B ipſius C D: æque ergo multiplex E B ipſius F D; atque A B ipſius C D; ergo reliqua E B, reliquę F D æque multiplex eſt, atque eſt tota A B totius C D. Si ergo magnitudo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 6. Theor. 6.

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè multiplices fuerint, & ablatæ quædam ſint earundem æquè multiplices; erunt reliquæ eiſdem aut æquales, aut æque multiplices.

SInt duæ magnitudines A B, C D duarum magnitudinum E, F æque multiplices, auferanturq; A G, C H earundem E, F ęque multiplices. Dico reliquas G B, H D ipſis E, F, aut æquales eſſe, aut ęque multiplices. Sit primo G B ipſi E æqualis. Dico & H D ipſi F ęqualẽ eſſe.



Pona-

Ponatur ipſi F æqualis CK. Cum igitur AG æque multiplex ſit ipſius E, atque CH ipſius F; ſit verò GB ęqualis ipſi E, & CK ipſi F, *a* ęque multiplex erit AB ipſius E, atque KH ipſius F. Ponitur autem ęque multiplex AB ipſius E, atque eſt CD ipſius F: æque ergo multiplex eſt KH ipſius F, atque CD eiuſdem F. Cum ergo vtraque KH, CD ipſius F ęque ſit multiplex, *b* ęqualis erit KH ipſi CD: Communis CH auferatur, & erunt reliquę KC, HD æquales. Sed KC ęqualis eſt F ergo & HD eidem F ęqualis erit. Eſt ergo GB ęqualis ipſi E, & HD ipſi F. Similiter demonſtrabimus ſi GB ipſius E fuerit multiplex, ęque multiplicem eſſe HD ipſius F.



a *prop. 1. 5o*

b *Colligitur ex axiomate 6.*

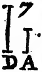
Si ergo duę magnitudines, Quod oportuit demonſtrare.

Pro-

Propoſitio 7. Theor. 7.

Æquales ad eandem, eandem habent proportionem, & eadem ad æquales.

SInt magnitudines A, B ęquales, & alia quæcunque C. Dico vtramque A, B eandem proportionem habere ad C, & C eandem ad eaſdem A, B. Accipiantur ipſarum A, B æque multiplices D, E; & alia F ipſius C, vtcunque multiplex. Cum igitur ęque multiplex ſit D ipſius A, & E ipſius B; ſit verò A æqualis B, *a* erit & D æqualis E; eſtque alia F vtcunque multiplex ipſius C. Si ergo D maior eſt ipſa F; erit & E eadem F maior; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor; ſuntq; D, E ipſarũ A, B ęquè multiplices, & ipſius C alia F vtcunque multiplex: eſt *b* ergo vt A ad C; ita B ad C. Dico & C ad vtramque A, B eandem habere proportionem. Iiſdem enim conſtructis oſtendemus D æqualem eſſe E; & aliam quandam F. Si ergo F maior eſt D; erit & maior quam E; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor; eſtque F ipſius C multiplex;





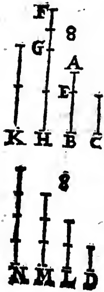
a Colligitur ex 6.

b def. 5. 5.

plex; aliæ verò D, E vtcunque multiplices ipſarum A, B: c eſt ergo vt C ad A, ita C ad B. Si ergo æquales ad eandem, &c. Quod oportuit demonſtrare. c def. 5. 5.

Propoſitio 8. Theor. 8.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quam minor; Et eadem ad minorem maiorem habet, quam ad maiorem.



Sint inæquales magnitudines A B, C; ſitque A B maior quam C, ſit & alia D quæcunque. Dico AB ad D maiorē habere proportionem, quā C ad D; & D ad C maiorem, quam ad A B. Cum enim A B maior ſit, quam C; ponatur ipſi C æqualis B E. Itaque minor a def. 4. 5. ipſarum A E, E B a multiplicetur, donec maior fiat quam D. Sit primò A E minor quam E B; & multiplicetur A E, donec maior fiat quam D, quæ ſit F G, Et quam multiplex eſt F G

N ipſi-

ipſius A E, tam multiplex fiat G H ipſius E B, & K ipſius C. Sumatur L ipſius D dupla, M tripla, & ita deinceps vna plus quoad ſumpta multiplex ipſius D, fiat primò maior quã K, ſumpta ſit N quadrupla ipſius D, & primo maior quam K. Cum ergo K primò minor ſit quam N, non erit K minor quam M, cumque æque multiplex ſit F G ipſius A E, & G H ipſius E B; *b* erit F G æque multiplex ipſius A E, & F H ipſius A B. æque autem multiplex eſt F G ipſius A E, & K ipſius C. *c* æque ergo multiplex eſt F H ipſius A B, & K ipſius C: ſunt ergo F H, & K æque multiplices ipſarum A B, C. Rurſus cum G H ipſius E B æque ſit multiplex, vt K ipſius C; ſitque E B ipſi C æqualis: *d* erit & G H ipſi K æqualis. At K non eſt minor M: ergo nec G H minor erit M: maior autem eſt F G quam D; tota ergo F H vtraq; D, M maior eſt. Sed vtraq; D, M æqualis eſt ipſi N, cum M ipſius D ſit tripla, vtraque autem M, D ipſius D quadrupla: eſt vero & N ipſius D quadrupla: ergo vtraq; M, D æquales ſunt ipſi N: ſed F H ipſis M, D maior eſt. *e* Ergo FH ſuperat N, & K non ſuperat N. quia ergo F H, & K ſunt æque multiplices ipſarum A B, C; At N ipſius D v-

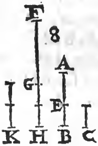
b prop. 1. 5.

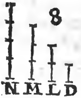
c ax. 1.

d *Colligitur ex ax. 1.*

e def. 7. 5.

D vtcunq; multiplex eſt, f habebit A B ad D maiorem proportionem quam C ad D. Dico contra D ad C maiorem habere, quã ad A B. iiſdem enim conſtructis, ſimiliter demonſtrabimus N ſuperare K, & non ſuperare F H. Etenim N multiplex eſt ipſius D: ipſarum vero A B, C vtcunque multiplices ſunt F H, K: habet ergo D ad C maiorem proportionem, quam ad A B. Sit iam A E maior quam EB, & minor EB multiplicata fiat maior quàm D, quæ ſit G H, multiplex quidẽ ipſius EB, maior vero quam D. Et quam multiplex eſt GH ipſius E B, tam multiplex fiat F G ipſius A E, & K ipſius C; ſimiliterq; oſtendemus F H, & K ipſarum A B, C æque multiplices eſſe. Sumatur deinde N multiplex quidem ipſius D; primo autem maior quam F G, vt rurſus F G minor non ſit quam M; maior verò G H quam D; ita vt tota F H ipſas D, M, hoc eſt, N ſuperet; K vero ipſam N non ſuperet, quoniam & GF maior quam GH, hoc eſt, quã K, nõ ſuperat N. atq; ita perficie-





f Cum enim ſint quatuor magnitudines A B, D, C; D. ſuperet 13 multiplex primæ F H multiplicẽ ſecundæ N; at multiplex tertiæ K non ſuperet multiplicem quartæ N; erit maior proportio A B ad D. quam C ad D per def. 7. huius.

mus demonſtrationem vt ſupra. Inæqualium ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 9. Theocr. 9.

Quæ ad eandem, eandem habent proportionem, æquales ſunt: Et ad quas eadem eandem habet, & illæ ſunt æquales.

HAbeat vtraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B æquales eſſe. Si non ſunt æquales, a non habebit vtraque A, B ad C eandem proportionem; habet autem; æquales ergo ſunt. Habeat deinde C ad A, B eandem proportionem. Dico A, B æquales eſſe. Si non ſunt æquales; b non habebit C ad A, B eandem proportionem, Habet autem, æquales ergo ſunt. Quæ ergo ad eandem, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a prop. 8. 5.

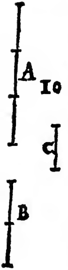
b prop. 8. 5.



Pro-

Propoſitio 10. Theocr. 10.

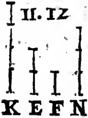
Ad eandem proportionem habentium, quæ maiorem habet maior eſt; ad quam verò eadem maiorem habet, minor eſt.



HAbeat A ad C maiorem proportionem, quam B. Dico A maiorem eſſe. Si non, aut A eſt æqualis B, aut minor. non æqualis *a* vtraq; enim A, B eandem haberet proportionem ad C; at non habet; nō ergo B æqualis eſt ipſi A. Non minor. quia ſi minor eſſet A quam B. *b* haberet A ad C minorem proportionem, quam B; at non habet: non ergo A minor eſt quam B. oſtenſum eſt autem quod neque ſit æqualis. maior eſt ergo A quam B. Habeat rurſus C ad B maiorem proportionem quam ad A; dico B minorem eſſe, quam A. Si non; aut eſt æqualis, aut maior. Non æqualis, *c* haberet enim C ad A & B eandem proportionem; at non habet; non ergo A æqualis eſt ipſi B. Neque maior eſt B quam A; *d* haberet enim C ad

a prop.9.5.
b prop.8.5.
c prop.9.5.
d prop.8.5.

 B mi-



ipſarum verò D, F aliæ vtcunque æque multiplices M, N. b ergo ſi excedit H ipſam M, excedet & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Sed ſi excedit H ipſam M; excedet & G ipſam L; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Quare ſi excedit G ipſam L, excedet & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis: ſi minor, minor. Et ſunt quidem G, K ipſarum A, E æque multiplices: L, N vero ipſarum B, F ſunt aliæ vtcunque æque multiplices. Eſt c ergo vt A at B, ita E ad F. Quæ ergo eidem, &c. Quod demonſtrare oportuit.

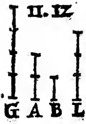
b def. 5. 5.

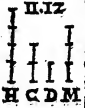
c def. 5. 5.

Propoſitio 12. Theor. 12.

Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit vt vna antecedẽtium ad vnam conſequentium, ita omnes antecedentes ad omnes conſequentes.

Sint quotcunq; magnitudines A, B, C, D, E, F, vt quidem A ad B; ita C ad D, & E ad F. Dico vt eſt A ad B; ita eſſe A, C, E ad B, D, F. Accipiantur enim ipſarum A, C, E æque multiplices G, H, K: ipſarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et cum ſit vt A ad B; ita C ad D; & E ad F, acceptæque ſint ipſarum quidem A, C, E æque multiplices G, H, K; ipſarum verò B, D, F. aliæ vtcunq; æque multiplices L, M, N; ergo ſi [a] G excedit L, excedet & H ipſã N; & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Quare ſi excedit G ipſam L; excedent & G, H, K ipſas L, M, N, & ſi equalis, equales, ſi minor, mino-





a def. 5. 5.



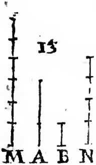
minores; ſuntque G; & G, H, K ipſarum A, & A, C, E, ęquè multiplices; *b* quia ſi fuerint quotcumque magnitudines quotcunq; magnitudinum, æqualium numero ſingulæ ſingulorum æquè multiplices, quam multiplex eſt vna vnius, tam multiplices ſunt omnes omnium. Eadem de cauſa ſunt, L, & L, M, N ipſarum B, & B, D, F æque multiplices. Eſt ergo vt A ad B; ita A, C, E ad B, D, F. Si ergo quodcumque magnitudines, &c. Quod oportuit demonſtrare. *b prop. 5. 1.*

Propoſ. 13. Theor. 13.

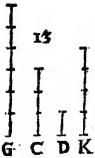
Si prima ad ſecundam eandem proportionem habuerit, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad ſextam; habebit & prima ad ſecundam maiorem, quam quinta ad ſextam.

PRima A habeat ad ſecũdam B eandem proportionẽ, quam tertia C ad quartam D. Tertia verò C ad quartam D maiorẽ habeat, quam quinta E ad ſextam F.

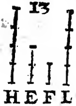
 Dico



Dico primam A ad ſecundam B maiorem habere, quam quintã E ad ſextam F. Cum enim C ad D maiorem proportionem habeat, quam E ad F; ſintque ipſarum C, E quędam ęque multiplices; ipſarum verò D, F aliæ quæcumque: ac multiplex quidem ipſius C excedat multiplicem ipſius D; multiplex verò ipſius E non excedat multiplicem ipſius F. Sint ergo ipſarum C, E æquè multiplices G, H: ipſarum D, F aliæ vtcumque K, L, *a* ſic, vt G quidem K excedat: H verò L non excedat. & quã multiplex eſt G ipſius C, tam multiplex ſit M ipſius A; & quam multiplex eſt K ipſius D, tam multiplex ſit N ipſius B. Et cum ſit vt A ad B; ita C ad D, acceptęq; ſint ipſarum A, C æquè multiplices M, G: ipſarum verò B, D aliæ vtcumque ęquè multiplices N, K, ſi M ſuperat N, & G ſuperabit K; & ſi ęqualis, ęqualis; ſi minor, minor: ſuperat autẽ G ipſam K; ſu-



a def. 7. 5.



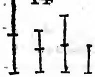
K; *b* ſuperabit ergo & M ipſam N: at H nõ ſuperat L; & ſunt M, H ipſarum A, E ęquè multiplices; N vero & L ipſarum B, F vtcumque ęque multiplices ſunt: *c* habet ergo A ad B maiorem proportionem, quam E ad F. Si ergo prima ad ſecundam, &c. Quod oportuit demonſtrare. b *def.* 5. 5.

Propoſ. 14. Theor. 14.

Si prima ad ſecundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & ſecunda quam quarta maior: & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor.

PRima A ad ſecundam B eandem habeat proportionem, quam tertia C ad quartam D. & ſit A quam C maior. Dico & B quam D maiorẽ eſſe. Cum enim A quam C maior ſit, ſitque alia quæcunq; magnitudo B; *a* habebit A ad B maiorẽ proportionem, quam C ad B. Vt autem A ad B; ſic eſt C ad D: ergo C ad D maiorẽ habet proportionem, quam C ad B. Ad *b* quam autem eadem maiorem proportionem habet; illa minor eſt; minor ergo eſt D quam B. quare B quam D maior eſt. a *prop.* 8. 5. b *prop.* 8. 5.

14



A B C D

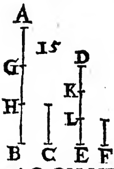
Simi-

Similiter demonſtrabimus ſi A æqualis ſit C, & B ipſi D æqualẽ eſſe: &. ſi A minor ſit quam C, & B minorem eſſe quam D. Si ergo prima ad ſecũdam, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 15. Theor. 15.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem; ſi vt ſibi mutuo reſpondent, ſumantur.

SInt æque multiplices A B ipſius C, & D E ipſius F. Dico eſſe vt C ad F; ita A B ad D E. Cum enim A B ipſius C ita multiplex ſit, vt D E ipſius F, erunt in AB tot magnitudines æquales ipſi C; quot ſunt in DE æquales ipſi F. Diuidatur enim A B in magnitudines AG, GH, HB ęquales ipſi C. Et DE in DK, KL, LE æquales ipſi F, eritq; multitudo A G, G H, H B æqualis multitudini DK, KL, L E. Et quia tam AG, GH, HB, quam D K, K L, L E æquales ſunt, erit vt A G ad D K; ita G H ad KL, & BH ad LE: erit

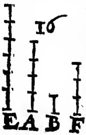


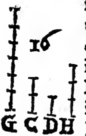
a erit ergo vt vnum antecedentium ad vnum conſequentium; ita omnes antecedentes ad omnes conſequentes. Eſt ergo vt A G ad D K; ita A B ad D E. Eſt autem A G ipſi C æqualis, & D K ipſi F: ergo vt C ad F; ita A B ad D E. Partes ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare. *a prop.12.5.*

Propoſ.16. Theor.16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt.

SInt quatuor magnitudines proportionales A, B, C, D. Vt A ad B; ita C ad D. Dico & permutatas proportionales eſſe: Vt A ad C; ita B ad D. Accipiantur enim ipſarum A, B æque multiplices, E, F; ipſarum C, D aliæ vtcumque G, H. Et quia E, F æque multiplices ſunt ipſarum A, B; *a* habentq́; partes eodem modo multiplicium eãdem proportionem inter ſe cõparatę, erit vt A ad B; ita E ad F. Vt verò A ad B; ita eſt C ad D: ergo vt C ad D; ita eſt E ad F. Rurſus cum *a prop.15.5.*





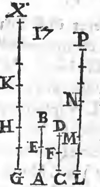
G, H

G,H ipſarum C,D ſint æque multiplices; b prop.15.5 *b* erit vt C ad D, ita G ad H. Vt autem C ad D; ita eſt E ad F: ergo vt E ad F; ita eſt G ad H. c prop.14.5 *c* Cum autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, & prima quã tertia maior fuerit, erit & ſecũda quã quarta maior; &, ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Ergo ſi E ſuperat G, & F ſuperabit H. &, ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Sunt autem E, F ipſarum A, B, æque multiplices. G, H verò ipſarum C, D vtcumque ſunt æque multiplices. d def.5.5. *d* Eſt ergo vt A ad C: ita B ad D. Si ergo quatuor magnitudines, &c. Quod oportuit demonſtrare.

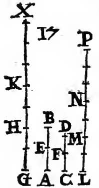
Propoſ.17. Theor.17.

Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint, & diuiſæ proportionales erunt.

Sint compoſitæ magnitudines AB, BE. CD, DF proportionales. Vt quidem AB, ad BE; ita CD, ad DF. Dico & diuiſas proportionales eſſe, vt AE ad EB; ita CF ad FD. Accipiantur enim ipſarũ AE, EB, CF, FD æque multiplices GH, HK. LM, MN. ipſarũ verò EB, FD aliæ vtcũque



que æquè multiplices KX,
NP. Et quia æquè multi-
plex eſt GH ipſius AE, vt
HK ipſius EB; *a* erit GH *a prop. 1. 5.*
ipſius AE ęquè multiplex,
vt GK ipſius AB. ęque au-
tem multiplex eſt GH i-
pſius AE, vt LM ipſius
CF: *b* ergo ęque multiplex *b prop. 11. 5.*
eſt GK ipſius AB, vt LM ipſius CF. Rur-
ſus quia ęquè multiplex eſt LM ipſius CF,
vt MN ipſius FD; *c* erit LM ipſius CF *c prop. 1. 5.*
æquè multiplex, vt LN ipſius CD. æquè
autem multiplex erat LM ipſius CF, vt
GK ipſius AB: *d* ergo GK æque multi- *d prop. 11. 5.*
plev eſt ipſius AB, vt LN ipſius CD. Sunt
ergo GK, LN ipſarum AB, CD æquè
multiplices. Rurſus quia HK ipſius EB
æquè multiplex eſt, vt MN ipſius FD. Eſt
verò & KX ipſius EB æquè multiplex, vt
NP ipſius FD. *e* erit compoſita HX ipſius *e prop. 1. 5.*
EB æquè multiplex, vt MP ipſius DF. Et
quia eſt vt AB ad BE; ita CD ad FD; ſum-
ptæque ſunt ipſarum AB, CD æque mul-
tiplices GK, LN. Ipſarum verò EB, FD
aliæ vtcunque æquè multiplices HX, MP.
Si ergo GK ſuperat HX, & LN ſuperabit
MP. Et ſi æqualis, æqualis; ſi minor, mi-
nor.



nor. Superet GK ipſam HX, ablata communi HK, ſuperabit GH ipſum KX. Sed ſi GK ſuperat HX, ſuperabit & LN ipſam MP. Superet ergo LN ipſam NP, ſuperabit (communi MN ablata) & LM ipſam NP. Quare ſi GH ſuperat KX, & LM ſuperabit NP. Similiter demonſtrabimus, ſi GH æqualis ſit KX, & LM æqualem eſſe NP; & ſi minor, minorem. Et ſunt GH, LM ipſarum AE, CF æquę multiplices. ipſarum verò EB, FD aliæ vtcumque KX, NP. *d* Eſt ergo vt AE ad EB; ita CF, ad FD. Si ergo compoſitæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

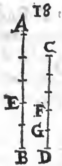
d def. 5. 5.

Propoſ. 18. Theor. 18.

Si diuiſæ magnitudines proportionales fuerint, & compoſitæ proportionales erunt.

SInt diuiſæ magnitudines AE, EB; CF, FD proportionales. Vt AE ad EB; ita CF ad FD. Dico & compoſitas proportionales eſſe, vt AB ad BE; ita CD ad FD. Si non eſt vt AB ad BE; ita CD ad FD; ſit vt AB ad BE; ita CD vel ad minorem

FD;



FD;vel ad maiorem. Sit primo ad minorem D G. Cum ergo ſit, vt A B ad B E;ita C D ad DG,erunt compoſitæ magnitudines proportionales; *a* ſunt ergo & diuiſæ,vt A E ad E B,ita CG ad GD;ponitur autem vt A E ad E B; ita C F ad FD: *b* erit ergo vt CG ad GD, ita C F ad F D. Eſt autem prima C G maior tertia C F: *c* erit ergo & ſecunda G D maior quarta F D; ſed & minor eſt: quod fieri non poteſt. Non ergo eſt vt A B ad B E;ita C D ad minorem ipſa F D. Similiter demonſtrabimus,quod neq; ad maiorem FD;ergo ad ipſam:Si ergo diuiſæ,&c. Quod oportuit demonſtrare.

a prop.17.5
b prop.11.5
c prop.14.5

Propoſ.19.Theor.19.

Si fuerit vt tota ad totam; ita ablata ad ablatam; & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam.

Sit vt tota A B ad totã CD;ita ablata AE ad ablatam C F. Dico & reliquam E B ad reliquam F D eſſe,vt eſt tota AB,ad totam C D. Cum enim ſit vt tota A B ad totam C D,ita A E ad C F; *a* erit permutando A B ad A E, vt C D ad C F, & *b* diuidendo

a prop.16.5
b prop.17.5

19 dendo B E ad E A, vt D F ad F C; rurſusque permutando vt B E ad D F; ita E A ad F C. Vt verò A E ad C F; ſic ponitur c prop.11.5. tota A B ad totam C D. c eſt ergo reliqua E B ad reliquam F D, vt tota A B ad totam C D. Si ergo fuerit, &c. Quod oportuit demonſtrare.



Corollarium.

Et quia demonſtratum eſt, vt eſt A B d prop.16.5. ad C D, ſic eſſe E B ad F D, erit d permutãdo vt A B ad E B; ita C D ad F D. compoſitę ergo magnitudines ꝓportionales ſunt. Oſtenſum eſt autem, vt eſt A B ad A E; ita eſſe C D ad C F, quod eſt per conuerſio- e def.17.5. nẽ rationis. Vnde perſpicuum eſt, ſi compoſitę magnitudines proportionales ſint; & per conuerſionem rationis proportionales eſſe.

Factæ autem ſunt proportiones, & in æquè multiplicibus, & in analogiis. Nam ſi prima ſecundæ æque fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; erit vt prima ad ſecundam; ita tertia ad quartam. Sed non ita ex contrario conuertitur. Si enim fuerit vt prima ad ſecundam, ita tertia ad quartam,

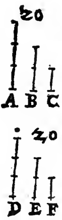
non

non omnino erit prima ſecundæ, & tertia quartę æque multiplex, vt in ſeſquialteris, vel ſeſquitertiis proportionibus, vel aliis huiuſmodi.

Propoſ. 20. Theor. 20.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ illis numero æquales, quæ binæ & in eadem ratione ſumãtur, ex æquali autem prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta quam ſexta maior; etſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, C; & aliæ ipſis numero æquales D, E, F, quæ binæ, & in eadem ratione ſumãntur. Vt quidem A ad B; ita D ad E. Vt verò B ad C; ſic E ad F, ex æquali autem A maior ſit quam C. Dico & D quam F maiorem eſſe: & ſi æqualis, ęqualem: ſi minor minorẽ. Cum enim A maior ſit quam C; alia vero quæcumq; B. *a* Habebit A ad B maiorem proportionem quam C ad B. Sed vt A ad B: ſic eſt D ad E. vt autem C ad B ita eſt *b* con- uer-



a prop. 8. 5.
b prop. 16. 5.

uertendo F ad E: Ergo D ad E maiorem
b prop.10.5 proportionem habet, quam F ad E: b ad eandem autem proportionem habētium, quæ maiorem habet, illa maior eſt; maior eſt ergo D quam F. Similiter demonſtrabimus. Si A ſit æqualis C; & D æqualem eſſe F; & ſi minor, minorem. Si ergo tres fuerint magnitudines, &c. Quod demonſtrare oportuit.

Propoſ. 21. Theor. 21.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipſis numero æquales quæ binæ, & in eadem proportione ſumantur, fuerit autem earum perturbata proportio, & ex æquali prima maior fuerit quam tertia, & quarta quam ſexta maior erit. & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor.

21



Sint tres magnitudines A, B, C, & aliȩ ipſis numero ȩquales D, E, F quæ binæ, & in eadē ratione ſumantur ſit aūt perturbata earum proportio vt A ad B, ſic E ad F, & vt B ad C, ſic D ad E; ſitq; ex æquali A quā C maior. Dico & D maiorem eſſe ipſa F; & ſi æqualis, æqualem;



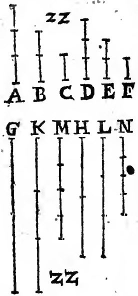
lem: ſi minor, minorem. Cum ergo A maior ſit quam C, ſitq; alia quædam B. *a* Habebit A ad B maiorem proportionē, quam C ad B. ſed vt A ad B; ita eſt E ad F. Et *b* conuertendo, vt C ad B, ita E ad D: *c* quare E ad F maiorem proportionem habet, quam E ad D. Ad quam autem eadem maiorē proportionem habet, illa minor eſt: minor eſt ergo F, quam D: adeoque maior D quam F. Similiter oſtendemus ſi A ſit æqualis C, & D ipſi F æqualem eſſe; & ſi minor, minorē. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a prop. 8. 5.
b prop. 4. 5.
c prop. 8. 5.

Propoſ. 22. Theor. 22.

Si fuerint quotcumq; magnitudines, & aliæ ipſis numero æquales, quæ binæ, & in eadem proportione ſumantur, & ex æquali in eadem proportione erunt.

SInt quotcumq; magnitudines A, B, C; & aliæ ipſis numero æquales D, E, F, quæ binæ & in eadem proportione ſumātur, vt quidem A ad B; ita D ad E; vt verò B ad C; ſic E ad F. Dico quod ex æquali in



eadem ſint proportione. Hoc eſt, dico vt eſt A ad C; ita eſſe D ad F. Sumantur enim ipſarum A, D æquè multiplices G, H: ipſarum B, E aliæ vtcumque K, L. Item ipſarum C, F aliæ vtcumq; M, N. Et cum ſit, vt A ad B; ita B ad E, acceptæque ſint ipſarum A, D æquè multiplices G, H. Ipſarum B, E aliæ vtcumque æquè multiplices K, L, *a* erit vt G ad K; ita H ad L. Eadem de cauſa erit, vt K ad M; ita L ad N. Cum ergo tres magnitudines ſint G, K, M; & aliæ ipſis æquales numero H, L, N, quæ binæ, & in eadem proportione ſumuntur, *b* ex æquali ſi G ſuperat M, & H ſuperabit N; ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Et ſunt G, H ipſarum A, D æquè multiplices. M, N ipſarum C, F: *c* erit ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo quotcumque, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a prop. 4. 5.

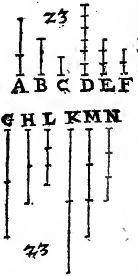
b prop. 20. 5

c def. 5.

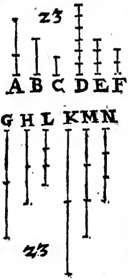
Pro-

Propoſ.23.Theor.23.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ bina, & in eadem proportione ſumantur, fuerit q́; earum perturbata proportio; & ex æquali in eadem proportione erunt.



SInt tres magnitudines A,B,C,& aliæ ipſis æquales numero binæ in eadem proportione ſumptæ D,E,F; ſit autem earum perturbata proportio. Vt A ad B; ſic E ad F. Vt verò B ad C; ſic D ad E. Dico eſſe vt A ad C; ita D ad F. Sumantur ipſarũ A,B,D æquè multiplices G,H,K. Ipſarum C, E, F, aliæ vtcumque L, M, N. Et quia G, H ipſarum A, B ſunt æquè multiplices, *a* partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem, erit vt A ad B; ſic G ad H. Eadem *a prop. 15. 5.*



de cauſa erit, vt E ad F; ſic M ad N, cumq; ſit vt A ad B; ita E ad F; *b* erit quoque, vt G ad H: ita M ad N. Rurſus quia eſt vt B ad C, ita D ad E, ſumptæq; ſunt ipſarum B, D æquè multiplices H, K: ipſarum verò C, E aliæ vtcumque L, M; *c* erit vt H ad L; ita K ad M. Oſtenſum eſt autem eſſe, vt G ad H; ita M ad N. Cũ ergo tres magnitudines G, H, L, proportionales ſint; & aliæ ipſis numero æquales K, M, N, binæ in eadem proportione ſumptę, ſitq; earum perturbata proportio; ex *d* æquali ſi G ſuperat L; & K ſuperabit N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor, ſuntque G, K ipſarum A, D æque multiplices. L, N verò ipſarum C, F. *e* Eſt ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo ſint tres, &c. Quod oportuit demonſtrare.

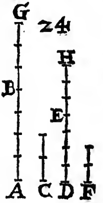
b prop. 11. 5.
c prop. 4. 5.
d prop. 21. 5.
e def. 5. 5.

Pro-

Propoſitio 24. Theor. 24.

Si prima ad ſecundam eandem habueris proportionem, quam tertia ad quartam; habeat autem & quinta ad ſecundam eandem, quam ſexta ad quartam: habebit & compoſita ex prima & quinta ad ſecundam eandem proportionem, quam tertia & ſexta ad quartam.

HAbeat prima A B ad ſecundã C eandem proportionem, quã tertia D E ad quartam F. habeat verò & quinta B G ad ſecundam C eandem proportionem, quam ſexta E H ad quartam F. Dico compoſitam ex prima & quinta A G ad ſecundam C eandem habere proportionem, quã habet compoſita ex tertia & ſexta D H ad quartam F. Cum enim ſit vt B G ad C; ita E H ad F; *a* erit cõuertendo vt C ad B G; ita F ad E H. Et quia eſt vt A B ad C: ita D E ad F. Vt verò C ad B G; ita F ad E H. *b* Ex æquali ergo



a Lemma prop. 4. 5.

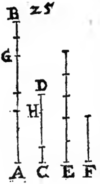
b prop. 22. 5.

c prop.18.5. eſt; vt A B ad B G: ita D E ad E H. c Et cum diuiſæ magnitudines proportionales ſint, erunt & compoſitæ proportionales. Vt ergo A G ad G B; ita D H ad H E.
d prop.22.5. Eſt vero, vt G B ad C: ita E H ad F: d ex æquali ergo eſt, vt A G ad C: ita D H ad F. Si ergo prima ad ſecundam, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 25. Theor. 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima duabus reliquis maiores erunt.

SInt quatuor magnitudines ꝓportionales A B, C D, E, F, vt quidẽ A B, ad C D: ita E ad F. Sit maxima A B, minima F. Dico A B, & F, quam C D, E maiores eſſe.



a prop.3.1. a Ponatur ipſi E æqualis A G: ipſi F, æqualis C H. Cum ergo ſit vt A B ad C D; ita E ad F. Sit autem ipſi E æqualis A G; F verò C H. erit vt A B ad C D; ita A G ad C H. Et quia eſt vt tota A B ad totam C D,

CD; ita ablata A G ad ablatam C H; *b* erit *b prop.19.5*
& reliqua G B ad reliquam H D, vt tota
A B ad totam C D: maior eſt autem A B
quam C D. maior ergo etiam eſt G B, quã
H D. Et cum A G æqualis ſit ipſi E; & C H
ipſi F; erunt A G & F æquales ipſis C H,
& E, & cum, *c* quando æqualia inæquali- *c ax. 4.*
bus addantur, tota fiant inæqualia. Ergo
ſi (G B, H D inæqualibus exiſtentibus &
maiori G B) addantur ipſi G B, ipſæ A G;
& F; ipſi verò H D; ipſæ C H, & E, colli-
gentur A B, & F maiores, quam C D; & E.
Si ergo quatuor, &c. Quod oportuit de-
monſtrare.

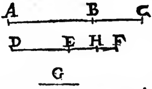
Sequentes propoſitiones non ſunt Euclidis, ſed à Federico Commandino ex Pappo Alexandrino collectæ.

Propoſitio 26. Theor. 26.

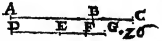
Si prima ad ſecundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, habebit conuertendo ſecunda ad primam minorem, quam quarta ad tertiam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico C B
ad

ad B A minorem habere, quā F E ad E D. Sit vt A B ad B C: ita D E ad aliam G: ergo D E ad G maiorem habet proportionem, quā D E ad E F: *a prop. 8. 5.* *a* minor ergo erit G, quam E F. Ponatur ipſi G æqualis EH.



Quia igitur vt A B ad B C; ita eſt D E ad E H: *b Lemma prop. 4. 5.* *b* erit conuertendo, vt C B ad B A; ita H E ad E D. *c prop. 8. 5.* *c* Sed H E ad E D minorem habet proportionem, quam F E ad E D: Ergo & C B ad A B minorem habebit, quam F E ad E D. Quod oportuit demonſtrare.



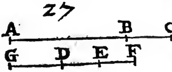
Quod ſi AB ad B C minorem habuerit proportionem, quam D E ad E F; habebit conuertendo C B ad B A maiorem, quam F E ad E D. ſit vt A B ad B C; ita *d prop. 8. 5.* D E ad aliam E G, *d* quæ maior erit quam *e Lemma prop. 4. 5.* E F. *e* Conuertendo ergo erit vt C B ad B A; ita G E ad E D. *f prop. 8. 5.* *f* At G E ad ED maiorem habet proportionem, quam F E ad E D: ergo C B ad B A maiorem habebit, quam F E ad E D.

Pro-

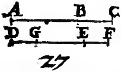
Propoſitio 27. Theor. 27.

Si prima ad ſecundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebit permutando prima ad tertiam maiorem, quam ſecunda ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico A B ad D E maiorē habere, quā B C ad E F. Vt enim A B ad B C; ita ſit alia



G E ad E F: *a* quæ maior erit, quam D E. *b* Eſt ergo permutando, vt A B ad G E; ita B C ad E F. *c* Habet autem A B, ad D E maiorem proportionem, quam A B ad G E, hoc eſt, quam B C ad E F. Ergo A B ad D E maiorem proportionem habebit, quam B C ad E F. Quod oportuit demonſtrare. *a prop. 8. 5.* *b prop. 16. 5.* *c prop. 8. 5.*



Eadem ratione, ſi A B ad B C minorē habeat proportionem, quam D E ad E F, ſequetur permutando A B ad D E minorem habere, quam B C ad E F. Sit enim vt A B ad B C; ita alia

G E ad

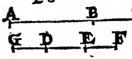
b prop. 8. 5. G E ad E F, *d* quæ minor erit quam D E.
e prop. 8. 5. *e* Sed A B ad D E minorem habet proportionem, quam A B ad G E, hoc eſt, quam B C ad E F. Habebit igitur A B ad D E minorem proportionem, quam B C ad E F.

Propoſitio 28. Theor. 28.

Si prima ad ſecundam maiorem proportionem habeat, quã tertia ad quartam, etiam componendo prima & ſecunda ad ſecundam maiorem proportionem habebunt, quam tertia & quarta ad quartam.

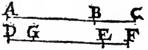
Habeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico & A C ad C B maiorem habere, quam D F ad F E. ſit vt AB ad BC; ita alia G E ad E F:

28



a prop. 8. 5. *a* erit G E maior quam D E. Quia igitur
b prop. 18. 5 eſt, vt A B ad B C; ita G E ad E F; *b* erit cõponendo, vt A C ad C B; ita G F ad F E.
c prop. 8. 5. *c* Sed G F ad F E maiorem proportionem habet, quam D F ad F E. Ergo & A C ad CB maiorem habet proportionem, quam D F ad F E. Quod oportuit demonſtrare.

Quod



28

Quod ſi A B ad B C minorem proportionem habeat, quã D E ad E F, *d* habebit etiam componendo A C ad C B minorem, quam D F ad E F. Quia enim A B ad B C minorem proportionem habet, quã D E ad E F; ſit vt A B ad B C; ita alia G E ad E F, *e* erit ea minor quam D E ergo vt A C ad C B, ita erit G F ad F E. ſed G F ad F E minorem habet proportionem, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B minorem habebit, quam D F ad F E.

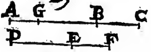
d prop. 18. 5.

e prop. 8. 5.

Propoſitio 29. Theor. 29.

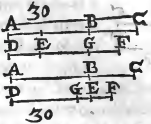
Si prima & ſecunda ad ſecundam maiorem habeat proportionem, quam tertia & quarta ad quartam, habebit & diuidendo prima ad ſecundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.

29



Habeat A C ad C B maiorem proportionẽ, quã D F ad F E. Dico & A B ad B C maiorem habere, quam D E ad E F. Vt enim D F ad F E; ita ſit alia G C ad

HAbeat A C ad B C maiorem proportionem, quam D F ad F E. Dico C A ad A B minorem habere; quam F D ad D E. Sit enim vt A C ad C B, ſic D F ad aliam F G, a quæ minor erit quam F E. b Quare per conuerſionem rationis, vt C A ad A B; ita erit F D ad D G. c ſed F D ad D G minorem proportionem habet, quã F D ad D E. Ergo & C A ad A B minorem habebit, quam F D ad D E. Quod ſi A C ad C B minorem proportionem habeat, quã D F ad F E; habebit per conuerſionem rationis C A ad A B maiorem, quam F D ad D E; erit enim vt A C ad C B, ita D F ad maiorem quam F E reliqua. manifeſta ſunt.

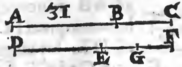


a prop. 8. 5.
b corol. 19. 5
c prop. 8. 5.

Propoſitio 31. Theor. 31.

Si prima ad tertiam maiorem proportionem habeat; quam ſecunda ad quartam; habebit etiam prima ad tertiam maiorem, quam prima & ſecunda ad tertiam & quartam.

HAbeat A B ad D E maiorem proportionem, quam B C ad E F. Dico & A B ad D E maiorem habere, quam A C ad D F. Sit enim

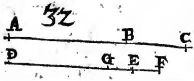


a prop. 8. 5. vt A B ad D E; ita B C ad aliam E G, *a* quę
b prop. 12. 5. minor erit quam E F. *b* Ergo tota A C ad
c prop. 8. 5. totam D G eſt vt A B ad D E. *c* ſed A C ad D G maiorem proportionem habet quã ad D F: ergo A B ad D E maiorem habebit, quam A C ad D F; Et manifeſtum eſt totam A C ad totam D F minorem habere, quam A B ad D E. & ſi minor ſit proportio partis, totius maior erit.

Propoſitio 32. Theor. 32.

Si tota ad totam maiorẽ habuerit proportionem, quam ablata ad ablatam; habebit & reliqua ad reliquam maiorem quam tota ad totam.

HAbeat A C ad D F maiorem proportionẽ, quã A B ad D E. Dico & reliquã B C ad reliquã E F maiorẽ habere, q̃ A C ad D F. Sit enim vt A C ad D F, ita A B



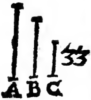
A B ad D G. [a]ergo & reliqua BC ad reliquam G F eſt, vt A C ad D F. ſed [b]B C ad E F maiorem proportionem habet, quam ad F G. Ergo & BC ad EF maiorem habebit, quam AC ad DF. Si verò A C ad D F minorem proportionem habeat, quam A B ad D E, & reliqua B C ad reliquam E F minorem habebit, quam A C ad D F, quod eodem, quo ſupra, modo oſtendetur.

a prop. 19. 5

b prop. 8. 5

Propoſitio 33. Theor. 33.

Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis numero æquales, habeatq; prima priorum ad ſecundam maiorem proportionem, quã prima poſteriorum ad ſecundam; ſecunda verò priorum ad tertiam maiorem habeat quam ſecunda poſteriorum ad tertiam: etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem habebit, quam prima poſteriorum ad tertiam.



HAbeat A ad B maiorem proportionem, quam D ad E, & B ad C maiorem, quã E ad F. Dico ex æquali A ad C maiorẽ habere quam D ad F. Cum enim A ad B maiorẽ proportionem habeat, quam D ad E, *a* habebit permutando A ad D maiorem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E maiorem, quã C ad F. ergo A ad D maiorẽ habet quam C ad F; & permutando A ad C maiorem habebit, quam D ad F. Quod oportebat demonſtrare.

a prop. 17. 5



Quod ſi prima priorum ad ſecundam minorem habeat proportionem, quam prima poſteriorum ad ſecundam: ſecunda vero priorum ad tertiam minorem habeat; quam ſecunda poſteriorum ad tertiam, Similiter demonſtrabitur etiam ex æquali primam priorum ad tertiam minorem proportionem habere, quam primam poſteriorum ad tertiam.

EVCLI-

EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

Definitiones.

1. Similes figuræ rectilineæ ſunt, quæ ſingulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia. *Cuiuſmodi ſunt propoſ. 4. triangula* A B C, D C E.

2. Reciprocæ figuræ ſunt, quando in vtraque figura antecedentes & conſequentes rationes ſunt. *Vt propoſ. 14. ſunt figuræ* A D B F, B E C G, *in quibus antecedentes ſunt* D B, G B, *conſequentes* B E, B F. *& propoſ. 15. triangula* A B C, A D E. *in quibus antecedentes ſunt* C A, A E; *conſequentes* A D, A B.

3. Extrema ac media ratione linea recta ſecari dicitur, quando eſt vt tota ad

maiorem portionem, ita maior portio ad minorem. *Hæc ſectio demonſtrata eſt prop. 11. lib. 2. in qua linea A B in H extrema ac media ratione ſecta eſt, eſtq; vt recta A B ad maiorem portionem A H, ita maior ad minorem B H. demonſtrabitur etiam lib. 6. prop. 30.*

4. Altitudo cuiuſque rectilineæ figuræ eſt perpendicularis, quæ à vertice ad baſim ducitur. *Vt propoſ. prima triangulorum A H B, A B D, A D L altitudo eſt perpendicularis A C.*

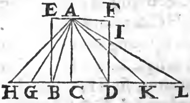
5. Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter ſe multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. *Vt ex proportione dupla & tripla componitur ſextupla: nam denominator duplæ 2. ductus in denominatorem triplæ 3. facit 6. Sunt autem ipſi denominatores quantitates proportionum.*

Pro-

Propoſitio 1. Theor. 1.

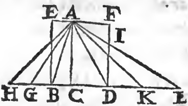
Triangula & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter ſe ſunt vt baſes.

SInt triangula A B C, A C D, parallelogramma E C, C F habentia altitudinē eandem, perpendicularem nempe ex A in B D ductā. Dico eſſe, & triangulum A B C, ad triangulum A C D, & parallelogrammū E C, ad parallelogrammū C F, vt eſt baſis B C ad baſim C D. Producatur enim B D vtrinque in H, L, ſintque baſi B C æquales B G, G H; baſi verò C D quæcunque D K, K L, & iungantur A G, A H, A K, A L. Cumque B C, B G, G H æquales ſint, a erunt & triangula A G H, A G B, A B C æqualia. Quam multiplex ergo eſt baſis H C baſeos B C, tam multiplex eſt triangulum AHC trianguli ABC. Eadem de cauſa quam multiplex eſt L C baſis ipſius C D, tam multiplex eſt triangulum A L C trianguli A C D. Et ſi baſis H C, baſi C L æqualis ſit; erit & triangulum A H C, triangulo A C L æquale; Et ſi



a prop. 38. 1.

ſuperet H C, ipſam C L, ſuperabit & triangulum AHC, triangulũ ACL; & ſi minor, minus. Cũ ergo quatuor ſint magnitudines, duæ baſes BC, CD; &



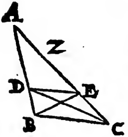
duo triangula ABC, ACD; acceptæq; ſint baſeos quidẽ B C, & trianguli A B C æque multiplicia, baſis HC, & triangulũ A H C. Baſeos verò C D, & trianguli A C D, alia vtcunq;, nempe baſis C L, & triangulum A L C: demõſtratumq; ſit ſi H C excedat CL, & AHC excedere A L C; & ſi ęqualis, æquale; & ſi minor, minus; *b* erit vt baſis BC ad baſim CD; ita triangulũ A B C, ad triangulũ A C D. Et cum trianguli A B C *c* duplũ ſit parallelogrãmum EC; trianguli verò ACD duplũ parallelogrãmũ FC, & *d* partes eodẽ modo multipliciũ eandem habeant proportionẽ, erit vt triangulum ABC ad triangulũ ACD; ita parallelogrãmum EC, ad parallelogrãmum FC. Et q̃a demonſtratũ eſt, eſſe vt baſim BC ad baſim CD, ita triangulũ ABC ad triangulũ ACD. Vt vero ABC ad ACD; ita EC ad CF; *e* erit vt baſis BC ad baſim CD; ita parallelogrãmum E C ad parallelogrammũ CF. triangula ergo & parallelogrãma, &c. Quod oportuit demõſtrare.

b def. 5. 5.
c prop. 41. 1.
d prop. 15. 5
e prop. 11. 5.

Pro-

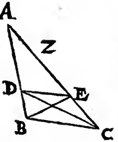
Propoſ.2. Theor.2.

Si vni laterum trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter ſecabit trianguli latera. Et ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint, recta ſectiones coniungens, reliquo lateri parallela erit.



Lateri BC trianguli ABC ducta ſit parallela DE. Dico eſſe, vt BD ad DA; ita CE ad EA. Ductis enim BE, CD *a* erit triangulum BDE æquale triangulo CDE; habent enim eandem baſim DE, & ſunt in iiſdem parallelis DE, BC. Aliud autem triangulum eſt ADE. *b* Æqualia autem ad idem eandem habent proportionem: erit ergo vt BDE triangulum ad ADE; ita CDE triangulum ad idem ADE triangulum. *c* Sed vt BDE ad ADE; ita eſt BD ad DA. cum enim in eadem ſint altitudine, quam perpendicularis ex E in AB ducta oſtendit, inter ſe erunt vt baſes. Ob eandem cauſam,

a prop. 37. 1
b prop. 7. 5.
c prop. 1. 6.



d prop. 11. 5. ſam, vt eſt triangulum C D E ad A D E; ita eſt C E ad E A: *d* vt ergo B D ad D A; ita eſt C E ad E A. Sint iam trianguli A B C latera A B, A C proportionaliter ſecta, ſitq; vt B D ad D A, ita C E ad E A. Ducta ergo D E, dico illam ipſi B C parallelam eſſe. iiſdem enim conſtructis, cum

e prop. 1. 6. ſit vt B D ad D A, ita C E ad E A; *e* atqui vt B D ad D A; ita eſt triangulum B D E ad triangulum A D E. Et vt C E ad E A;

f prop. 11. 5. ita triangulum C D E ad idem A D E; *f* vt ergo triangulũ BDE ad triangulũ A D E, ſic triangulum CDE, ad triangnlũ ADE. vtrumq; ergo triangulorũ BDE, CDE ad

g prop. 9. 5. triangulũ ADE *g* eandem habet propor-

h prop. 40. 1 tionem, æqualia ergo ſunt, ſuntque in eadem baſi D E. *h* at triangula æqualia eandem habentia baſim, in iiſdem ſunt parallelis. ergo D E parallela eſt ipſi B C. Si ergo vni lateri, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Pro-

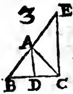
Propoſ. 3. Theor. 3.

Si trianguli angulus biſecetur, rectaq́; angulum ſecans, ſecet & baſim, habebunt baſis partes eandem proportionem, quam reliqua trianguli latera. Et ſi baſis partes eandem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera, quæ à vertice ad baſim ducitur recta linea, trianguli angulum biſecabit.



ESto triangulum A B C, & & angulus B A C biſecetur rectâ A D. Dico eſſe, vt B D ad D C, ita B A ad A C. Ducatur C E per C, parallela D A, cui B A producta in E occurrat. Et quia in parallelas A D, E C recta A C incidit, *a* erunt anguli A C E, C A D æquales ſed C A D, B A D ponuntr æquales; *a prop. 29. 1.*
b erunt ergo & BAD, ACE æquales. Rurſus cum in parallelas AD, EC incidat BE, *b ax. 1.*
c erit angulus externus B A D, æqualis interno A E C; oſtenſus eſt autem & A C E *c prop. 29. 1.*
ipſi B A D æqualis: *d* erit ergo & A C E *d ax. 1.*
æqualis ipſi AEC. *e* vnde & latera AE, AC *e prop. 6. 1.*
æqualia erunt. Et quia trianguli B C E la-

teri



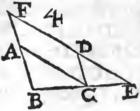
ri EC ducta eſt parallela AD:
f prop. 2. 6. *f* erit vt B D ad D C; ita BA
ad AE; eſt autem A E ipſi AC
æqualis: *g* eſt ergo vt B D ad
g prop. 7. 5. D C ita B A ad A C. Sed eſto
iam vt BD ad DC; ita BA ad AC, iunctaq́;
ſit AD. Dico angulum B A C biſecari re-
ctâ A D: iiſdem enim conſtructis, cum ſit
h prop. 2. 6. vt B D ad D C; ita B A ad AC: *h* & vt B D
ad D C; ita BA ad AE (eſt enim lateri E C
trianguli B C E ducta parallela A D) erit
i prop. 9. 5. vt B A ad A C ita BA ad A E; *i* æqualis er-
k prop. 6. 1. go eſt A C ipſi A E. *k* Quare & angulus
l prop. 5. 1. A E C angulo A C E æqualis erit. *l* ſed
m prop 29. 1. A E C externo B A D eſt æqualis; *m* & A
C E alterno C A D; erit ergo & B A D
æqualis ipſi C A D; ergo B A C rectâ AD
biſecatur. Si ergo trianguli angulus, &c.
Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 4. Theor. 4.

Aequiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionalia ſunt; Et latera æqualibus angulis ſubtenſa, homologa, ſiue eiuſdem rationis.

Sint

SInt triangula A B C, D C E ęquiangula, æquales habentia angulos A B C, D C E, & A C B, D E C, & B A C, C D E. Dico latera circa æquales angulos eſſe proportionalia; & latera æqualibus angulis ſubtenſa, homologa.

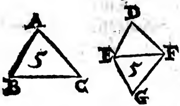


Componantur enim B C, C E in directum. Et cum anguli A B C, A C B duobus rectis minores ſint, ſit autem angulus D E C angulo A C B æqualis, erunt & A B C, D E C duobus rectis minores *a* concurrent ergo B A, E D productæ. *a def. 11. 1.* Concurrant in F; cumque anguli D C E, A B C ęquales ſint, *b* erunt rectæ B F, C D parallelę. *b prop. 28. 1* Rurſus cum anguli A C B, D E C æquales ſint, *c* erunt & A C, F E parallelæ, ideoque F A C D parallelogrammum eſt; *c prop. 28. 1.* *d* eritque F A æqualis ipſi C D; & A C ipſi F D; *d prop. 34. 1* & cum ad latus F E trianguli F B E ducta ſit parallela A C, *e* erit vt B A ad A F; ita B C ad C E; *e prop. 2. 6.* eſt autem A F æqualis ipſi C D; vt *f* ergo B A ad C D; ita B C ad C E; *f prop. 7. 5* & *g* permutando, vt A B ad B C; ita D C ad C E. *g prop. 16. 5* Rurſus cum C D, B F parallelæ ſint, *h* erit vt B C ad C E; ita F D ad D E. *h prop. 2. 6.* Eſt autem D F æqua-

i prop. 7. 5. æqualis A C. Vt *i* ergo B C ad C E, ita A C
k prop. 16. 5 ad E D: *k* ergo permutando, vt B C ad C A; ita C E ad E D. Cum ergo demonſtratum ſit, eſſe vt A B ad B C; ita D C ad C E. Vt verò B C ad C A; ita C E ad E D; erit ex
l prop. 22. 5. *l* æquali vt B A ad A C; ita C D ad D E. æquiangulorum ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 5. Theor. 5.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quibus homologa latera ſubtenduntur, æquales.



HAbeant triangula A B C, D E F latera proportionalia, nempe, vt A B ad B C; ita D E ad E F. Et vt B C ad C A; ita E F ad F D: atq; vt B A ad A C, ita E D ad D F. Dico triangula A B C, D E F æquiangula eſſe, æqualesque habere angulos, quibus homologa latera ſubtenduntur. vnde æquales erunt anguli A B C, D E F;
a prop. 23. 1. & B C A, E F D; & B A C, E D F. *a* Conſtituantur

tuantur .n.ad puncta E,F rectæ EF anguli FEG,EFG æquales angulis ABC, BCA erũt ergo & reliqui BAC,EGF ęquales: triangula ergo ABC,EGF ſunt æquiangula: *b* habent igitur latera circa æquales angulos proportionalia; eruntque latera æqualibus angulis ſubtẽſa, homologa. Ergo vt AB ad BC; ita EG ad EF: Sed vt AB ad BC; ita ponitur DE ad EF: *c* vt igitur DE ad EF; ita GE ad EF. Vtraq; ergo DE,GE ad EF eandem habet proportionẽ; *d* ęquales igitur ſunt DE,GE. Eadem de cauſa DF, GF æquales erunt. Cum igitur DE, EG æquales ſint, communis EF: erunt duæ DE, EF, duabus GE,EF æquales; & baſis DF baſi GF æqualis; *e* erit ergo angulus DEF angulo GEF æqualis; & triangulum DEF triangulo GEF æquale; & reliqui anguli, reliquis, quibus æqualia latera ſubtenduntur: anguli ergo DFE, GFE ſunt æquales; item EDF, EGF: & cum angulus FED æqualis ſit angulo GEF; & GEF ipſi ABC; *f* erit & ABC ipſi FED æqualis. Eadem de cauſa erit angulo ACB æqualis angulus DFE; & angulus ad A angulo ad D. triangula ergo ABC,DEF ęquiangula ſunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonſtrare.

b prop. 4. 6.
c prop. 11. 5.
d prop. 9. 5.
e prop. 8. 1.
f ax. 1.

Pro-

maiorem portionem, ita maior portio ad minorem. *Hæc ſectio demonſtrata eſt prop. 11. lib. 2. in qua linea A B in H extrema ac media ratione ſecta eſt, eſtq; vt recta A B ad maiorem portionem A H, ita maior ad minorem B H. demonſtrabitur etiam lib. 6. prop. 30.*

4\. Altitudo cuiuſque rectilineæ figuræ eſt perpendicularis, quæ à vertice ad baſim ducitur. *Vt propoſ. prima triangulorum A H B, A B D, A D L altitudo eſt perpendicularis A C.*

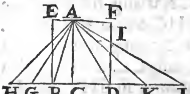
5\. Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter ſe multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. *Vt ex proportione dupla & tripla componitur ſextupla: nam denominator duplæ 2. ductus in denominatorem triplæ 3. facit 6. Sunt autem ipſi denominatores quantitates proportionum.*

Pro-

Propoſitio 1. Theor. 1.

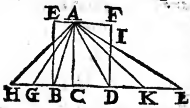
Triangula & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter ſe ſunt vt baſes.

SInt triangula A B C, A C D, parallelogramma E C, C F habentia altitudinẽ eandem, perpendicularem nempe ex A in



B D ductã. Dico eſſe, & triangulum A B C, ad triangulum A C D, & parallelogrammũ E C, ad parallelogrammũ C F, vt eſt baſis B C ad baſim C D. Producatur enim B D vtrinque in H, L, ſintque baſi B C æquales B G, G H; baſi verò C D quæcunque D K, K L, & iungantur A G, A H, A K, A L. Cumque B C, B G, G H æquales ſint, a erunt & triangula A G H, *a prop. 38. 1.* A G B, A B C æqualia. Quam multiplex ergo eſt baſis H C baſeos B C, tam multiplex eſt triangulum AHC trianguli ABC. Eadem de cauſa quam multiplex eſt L C baſis ipſius C D, tam multiplex eſt triangulum A L C trianguli A C D. Et ſi baſis H C, baſi C L æqualis ſit; erit & triangulum A H C, triangulo A C L æquale; Et ſi

ſuperet H C, ipſam C L, ſuperabit & triangulum AHC, triangulũ ACL; & ſi minor, minus. Cũ



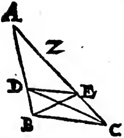
ergo quatuor ſint magnitudines, duæ baſes BC, CD; & duo triangula ABC, ACD; acceptæq; ſint baſeos quidẽ B C, & trianguli A B C æque multiplicia, baſis HC, & triangulũ A H C. Baſeos verò C D, & trianguli A C D, alia vtcunq;, nempe baſis C L, & triangulum A L C: demõſtratumq; ſit ſi H C excedat CL, & AHC excedere A L C; & ſi ęqualis, æquale; & ſi minor, minus; *b* erit vt baſis BC ad baſim CD; ita triangulũ A B C, ad triangulũ A C D. Et cum trianguli A B C *c* duplũ ſit parallelogrãmum EC; trianguli verò ACD duplũ parallelogrãmũ FC, & *d* partes eodẽ modo multipliciũ eandem habeant proportionẽ, erit vt triangulum ABC ad triangulũ ACD; ita parallelogrãmum EC, ad parallelogrãmum FC. Et qa demonſtratũ eſt, eſſe vt baſim BC ad baſim CD, ita triangulũ ABC ad triangulũ ACD. Vt vero ABC ad ACD; ita EC ad CF; *e* erit vt baſis BC ad baſim CD; ita parallelogrãmum E C ad parallelogrammũ CF. triangula ergo & parallelogrãma, &c. Quod oportuit demõſtrare.

b def. 5. 5.
c prop. 41. 1.
d prop. 15. 5
e prop. 11. 5.

Pro-

Propoſ. 2. Theor. 2.

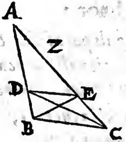
Si vni laterum trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter ſecabit trianguli latera. Et ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint, recta ſectiones coniungens, reliquo lateri parallela erit.



Lateri BC trianguli ABC ducta ſit parallela DE. Dico eſſe, vt BD ad DA; ita CE ad EA. Ductis enim BE, CD *a* erit triangulum BDE æquale triangulo CDE; habent enim eandem baſim DE, & ſunt in iiſdem parallelis DE, BC. Aliud autem triangulum eſt ADE. *b* Æqualia autem ad idem eandem habent proportionem: erit ergo vt BDE triangulum ad ADE; ita CDE triangulum ad idem ADE triangulum. *c* Sed vt BDE ad ADE; ita eſt BD ad DA. cum enim in eadem ſint altitudine, quam perpendicularis ex E in AB ducta oſtendit, inter ſe erunt vt baſes. Ob eandem cauſam,

a prop. 37. 1
b prop. 7. 5.
c prop. 1. 6.

 ſam,



ſam, vt eſt triangulum C D E ad ADE; ita eſt

d prop. 11. 5. C E ad E A: *d* vt ergo B D ad D A; ita eſt C E ad E A. Sint iam trianguli A B C latera A B, A C proportionaliter ſecta, ſitq; vt B D ad D A, ita C E ad E A. Ducta ergo D E, dico illam ipſi B C parallelam eſſe. iiſdem enim conſtructis, cum

e prop. 1. 6. ſit vt B D ad D A, ita C E ad E A; *e* atqui vt B D ad D A; ita eſt triangulum B D E ad triangulum A D E. Et vt C E ad E A;

f prop. 11. 5. ita triangulum C D E ad idem A D E; *f* vt ergo triangulũ BDE ad triangulũ A D E, ſic triangulum CDE, ad triangnlũ ADE. vtrumq; ergo triangulorũ BDE, CDE ad

g prop. 9. 5. triangulũ ADE *g* eandem habet propor-

h prop. 40. 1 tionem, æqualia ergo ſunt, ſuntque in eadem baſi D E. *h* at triangula æqualia eandem habentia baſim, in iiſdem ſunt parallelis. ergo D E parallela eſt ipſi B C. Si ergo vni lateri, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Pro-

Propoſ.3.Theor.3.

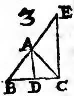
Si trianguli angulus biſecetur, rectaq́; angulum ſecans, ſecet & baſim, habebunt baſis partes eandem proportionem, quam reliqua trianguli latera. Et ſi baſis partes eandem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera, quæ à vertice ad baſim ducitur recta linea, trianguli angulum biſecabit.



ESto triangulum A B C, & angulus B A C biſecetur rectâ A D. Dico eſſe, vt B D ad D C, ita B A ad A C. Ducatur C E per C, parallela D A, cui B A producta in E occurrat. Et quia in parallelas A D, E C recta A C incidit, *a* erunt anguli A C E, C A D æquales ſed C A D, B A D ponuntr æquales; *b* erunt ergo & B A D, A C E æquales. Rurſus cum in parallelas A D, E C incidat B E, *c* erit angulus externus B A D, æqualis interno A E C; oſtenſus eſt autem & A C E ipſi B A D æqualis: *d* erit ergo & A C E æqualis ipſi A E C. *e* vnde & latera A E, A C æqualia erunt. Et quia trianguli B C E lateri

a prop. 29.1
b ax. 1.
c prop. 29.1
d ax. 1.
e prop. 6.1

teri



ri EC ducta eſt parallela AD: f erit vt B D ad D C; ita BA ad AE; eſt autem A E ipſi AC æqualis: g eſt ergo vt B D ad D C ita B A ad A C. Sed eſto iam vt BD ad DC; ita BA ad AC, iunctaq; ſit AD. Dico angulum B A C biſecari rectâ A D: iiſdem enim conſtructis, cum ſit vt B D ad D C; ita B A ad AC: h & vt B D ad D C; ita BA ad AE (eſt enim lateri E C trianguli B C E ducta parallela A D) erit vt B A ad A C ita BA ad A E; i æqualis ergo eſt A C ipſi A E. k Quare & angulus A E C angulo A C E æqualis erit. l ſed A E C externo B A D eſt æqualis; m & A C E alterno C A D; erit ergo & B A D æqualis ipſi C A D; ergo B A C rectâ AD biſecatur. Si ergo trianguli angulus, &c. Quod oportuit demonſtrare.

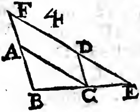
f prop. 2. 6.
g prop. 7. 5.
h prop. 2. 6.
i prop. 9. 5.
k prop. 6. 1
l prop. 5. 1.
m prop 29. 1

Propoſ. 4. Theor. 4.

Aequiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionalia ſunt; Et latera æqualibus angulis ſubtenſa, homologa, ſiue eiuſdem rationis.

Sint

SInt triangula A B C, D C E ęquiangula, æquales habentia angulos A B C, D C E, & A C B, D E C, & B A C, C D E.



Dico latera circa æquales angulos eſſe proportionalia; & latera æqualibus angulis ſubtenſa, homologa. Componantur enim BC, CE in directum. Et cum anguli A B C, A C B duobus rectis minores ſint, ſit autem angulus D E C angulo A C B æqualis, erunt & A B C, DEC duobus rectis minores *a* concurrent ergo B A, ED productæ. Concurrant in F; cumque anguli D C E, A B C ęquales ſint, *b* erunt rectæ B F, C D parallelę. Rurſus cum anguli A C B, D E C æquales ſint, *c* erunt & A C, F E parallelæ, ideoque F A C D parallelogrammum eſt; *d* eritque F A æqualis ipſi C D; & A C ipſi F D; & cum ad latus F E trianguli F B E ducta ſit parallela AC, *e* erit vt BA ad AF; ita BC ad CE; eſt autem A F æqualis ipſi CD; vt *f* ergo BA ad CD; ita BC ad CE; & *g* permutando, vt A B ad B C; ita D C ad C E. Rurſus cum CD, B F parallelæ ſint, *h* erit vt B C ad CE; ita F D ad D E. Eſt autem D F æqua-

a *def.11.1.*
b *prop.28.1*
c *prop.28.1.*
d *prop.34.1*
e *prop.2.6.*
f *prop.7.5*
g *prop.16.5*
h *prop.2.6.*

tuantur .n.ad puncta E, F rectæ E F anguli FEG, EFG æquales angulis ABC, BCA erũt ergo & reliqui BAC, EGF ęquales: triangula ergo ABC, E G F ſunt æquiangula: *b* habent igitur latera circa æquales angulos proportionalia; eruntque latera æqualibus angulis ſubtẽſa, homologa. Ergo vt A B ad B C; ita E G ad E F: Sed vt A B ad B C; ita ponitur D E ad E F: *c* vt igitur D E ad E F; ita G E ad E F. Vtraq; ergo D E, G E ad E F eandem habet proportionẽ; *d* ęquales igitur ſunt D E, G E. Eadem de cauſa D F, G F æquales erunt. Cum igitur D E, E G æquales ſint, communis E F: erunt duæ D E, E F, duabus G E, E F æquales; & baſis D F baſi G F æqualis; *e* erit ergo angulus D E F angulo G E F æqualis; & triangulum D E F triangulo G E F æquale; & reliqui anguli, reliquis, quibus æqualia latera ſubtenduntur: anguli ergo D F E, G F E ſunt æquales; item E D F, E G F: & cum angulus F E D æqualis ſit angulo G E F; & G E F ipſi A B C; *f* erit & ABC ipſi F E D æqualis. Eadem de cauſa erit angulo A C B æqualis angulus DFE; & angulus ad A angulo ad D. triangula ergo A B C, D E F ęquiangula ſunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonſtrare. Pro-

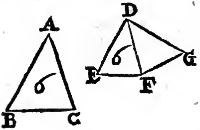
b *prop. 4. 6.*
c *prop. 11. 5.*
d *prop. 9. 5.*
e *prop. 8. 1.*
f *ax. 1.*

Propoſ.6. Theor.6.

Si duo triangula vnum angulum vni æqualem,& circa æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quos homologa latera ſubtendunt, æquales.

SInt duo triangula A B C, D E F, angulos B A C, E D F habentia æquales, & circa ipſos latera proportionalia, vt B A ad A C; ita E D ad D F. Dico triangula A B C, D E F eſſe æquiangula, adeoque angulum A B C angulo D E F; & A C D ipſi D F E, æqualem habere. *a* Conſtituatur enim ad puncta D, F rectæ D F alterutri angulorum B A C, E D F æqualis F D G; angulo verò A C B æqualis D F G: erit igitur & reliquus ad B, reliquo ad G æqualis *b* triangula ergo A B C, D G F ſunt æquiangula. Eſt ergo vt B A ad A C; ita G D ad D F: ponitur autem vt B A ad A C, ita E D ad D F; ergo vt E D ad D F; ita eſt G D ad D F;

a prop. 23. 1.



b prop. 8. 1.

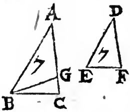
DF; *e* æqualis ergo eſt ED ipſi GD, communis DF. Duæ ergo ED, DF, duabus GD, DF ſunt æquales, & angulus EDF angulo GDF æqualis; *d* erit ergo, & baſis EF baſi GF æqualis, & triangulum DEF triangulos GDF: quare reliqui anguli reliquis ęquales erunt, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus ergo DFG æqualis eſt angulo DFE; & qui ad G illi, qui ad E. Sed DFG æqualis eſt ACB angulo; *e* ergo & ACB ipſi DFE æqualis erit; ponitur autem & BAC ipſi EDF ęqualis: reliquus ergo ad B æqualis erit reliquo ad E. triangula ergo ABC, DEF æquiangula ſunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonſtrare.

c prop. 9. 5. *d prop. 8. 1.* *e ax. 1.*

Propoſ. 7. Theor. 7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem; & circa alios angulos latera proportionalia habuerint; reliquorum vero vtrunque, aut minorem, aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula; & angulos, circa quos latera ſunt proportionalia, æquales habebunt.

Q Sint



Sint duo triangula A B C, D E F, habentia angulos B A C E D F æquales; circa alios vero angulos A B C, D E F latera proportionalia. Vt A B ad B C; ita D E ad E F. reliquorum verò angulorum qui ad C, & F, primum vtrumque minorem recto. Dico A B C, D E F triangula, eſſe æquiangula; angulumque A B C angulo D E F; & qui eſt ad C, illi qui eſt ad F, æqualem. Quod ſi anguli A B C, D E F inæquales ſint; erit vnus maior. Sit maior A B C; &

a *prop.23.1.* *a* conſtituatur ad punctum B rectæ A B angulus A B G, æqualis angulo D E F. Et cum anguli A, D æquales ſint; item A B G,

b *prop.32.1.* D E F; *b* erunt & reliqui A G B, D F E æquales. triangula ergo A B G, D E F æqui-

c *prop.4.6.* angula ſunt; eſt ergo vt A B, ad B G; ita D E ad E F: ſed vt D E ad E F; ita ponitur A B ad B C: ergo vt A B ad B C; ita eſt A B ad

d *prop.9.5.* B G. *d* Cum ergo A B ad vtramque B C, B G eandem habeat proportionem, e-

e *prop.5.1.* runt B C, B G æquales. *e* ergo & anguli B G C, B C G æquales erunt: At B C G minor recto ponitur, erit ergo & B G C

f *prop.13.1.* recto minor: *f* quare angulus A G B ei dein-

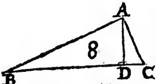
deinceps maior erit recto: oſtenſus eſt autem æqualis angulo F: erit igitur & angulus F maior recto; at minor ponitur, quod eſt abſurdum: anguli ergo A B C, D E F non ſunt inæquales: æquales ergo. g ſunt verò & anguli A, D æquales: ergo & qui ad C & F æquales erunt. Quare triangula A B C, D E F æquiangula erunt. g prop. 32. 1.

Sit rurſus vterque angulus ad C & F non minor recto. Dico & ſic triangula A B C, D E F æquiangula eſſe. iiſdem enim conſtructis, oſtendemus rectas B C, B G eſſe æquales, vt prius: h erunt igitur & anguli C, B G C æquales. Cum ergo C recto non ſit minor, nec B G C recto minor erit. Sunt ergo trianguli B G C duo anguli non minores duobus rectis, i quod fieri non poteſt, non ergo anguli A B C, D E F inæquales ſunt: æquales ergo. Sunt vero & anguli ad A & D æquales; erunt k igitur & reliqui ad C & F æquales. Quare triangula A B C, D E F ſunt æquiangula. h prop. 5. 1. i prop. 17. 1. k prop. 32. 1.

Si ergo duo triangula; &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ.8.Theor.8.

In rectangulo triangulo ſi ab angulo recto ad baſim perpendicularis ducatur, quæ ad perpendicularem ſunt triangula, & toti, & inter ſe ſimilia ſunt.



ESto triangulum rectangulum ABC rectum habens BAC, ducaturq; ab A ad BC perpendicularis AD. Dico triangula ABD, ADC. & toti ABC, & inter ſe eſſe ſimilia. Cum enim angulus BAC æqualis ſit angulo ADB; rectus enim eſt vterque: & angulus ad B communis vtriq; triangulo ABC, ABD; *a* erit & reliquus ACB reliquo BAD æqualis: æquiangula ergo ſunt triangula ABC, ABD. *b* Eſt ergo vt BC rectum trianguli ABC ſubtendens, ad BA rectum trianguli ABD ſubtendentem; ita ipſa AB angulum C trianguli ABC ſubtendens, ad BD ſubtendentem angulum BAD trianguli ABD. Et ita AC ad AD ſubtendentem angulum B communem vtriuſq; trianguli. Triangula ergo ABC, ABD

a colligitur ex 32.1.

b prop.4.6.

ABD æquiangula ſunt, habentque latera circa æquales angulos proportionalia; *c* ſimilia ergo ſunt triangula ABC, ABD. *c def. 1. 6.* Eodem modo oſtendemus triangulum ADC triangulo ABC ſimile eſſe. Vtrumque ergo triangulum ABD, ADC toti ABC ſimile eſt. Dico quod & inter ſe ſimilia ſint ABD, ADC triangula. Cum enim anguli BDA, ADC recti ſint, erunt & æquales: oſtenſus eſt autē & BAD ipſi C æqualis: *d* ergo & reliquus ad B, reliquo DAC æqualis erit. Triangula ergo ABD, ADC æquiangula ſunt. *e* Eſt ergo, vt BD ſubtendens angulum BAD trianguli ABD, ad DA ſubtendentem angulum C trianguli ADC æqualem angulo BAD; ita ipſa AD ſubtendens trianguli ABD, angulum B, ad DC ſubtendentem angulum DAC trianguli ADC æqualem angulo B; & ita BA ad AC ſubtendentem rectum ADC. Triangula ergo ABD, ADC ſimilia ſunt. Si ergo in triangulo rectangulo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

d colligitur ex 32. 1.

e prop. 4. 6.

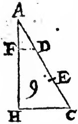
Corollarium.

Ex his manifeſtum eſt, ſi in triangulo rectangulo ab angulo recto ad baſim per-

pendicularis ducatur, ipſam inter baſis partes mediam proportionalem eſſe. Et inter baſim, & partem baſis, medium proportionale eſſe latus, quod ad partem. *Vt inter B C, A B media proportionalis eſt pars B D. Inter B C, A C, pars D C.*

Propoſ. 9. Probl. 1.

A data recta linea imperatam partem auferre.

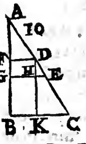


OPorteat à data recta A B imperatum partem auferre. Sit auferenda pars tertia. Ducatur ab A recta A C cum A B quemcumque angulum continens; & accipiatur in A C quodcumque punctum D, a prop. 3. 1. *a* ponanturq; ipſi A D æquales D E, E C; b prop. 3. 1. 5. ducatur C B, *b* eique per D parallela ducatur D F. Cum ergo lateri B C trianguli c prop. 2. 6. A B C parallela ſit ducta D F; *c* erit vt C D ad D A; ita B F ad F A. Eſt autem D C ipſius D A dupla; dupla ergo eſt & B F ipſius F A, tripla ergo eſt B A ipſius A F. A data ergo recta A B imperata pars, nimirum tertia A F ablata eſt. Quod oportuit facere.

Pro-

Propoſ. 10. Probl. 2.

Datam rectam lineam inſectam, data recta ſecta ſimiliter ſecare.



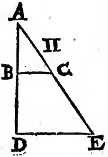
OPorteat datam inſectam AB ſimiliter ſecare, vt ſecta eſt AC. Sit AC in punctis D, E ſecta. Collocentur AB, AC vt angulum quemcumque contineant, & ducatur CB; atque per D, E agantur ipſi BC parallelæ DF, EG; & per D ipſi AB ducatur parallela DHK; & erit vtrumque FH, HB parallelogrammum. *a* Sunt ergo tam DH, FG; quam HK, GB æquales. & cum ipſi KC trianguli DKC ducta ſit parallela HE; *b* erit vt CE ad ED; ita KH ad HD. *c* Eſt autem tam KH ipſi BG; quam HD ipſi GF æqualis; eſt ergo vt CE ad ED; ita BG ad GF. Rurſus *d* cum lateri EG trianguli AGE ducta ſit parallela FD, erit vt ED ad DA; ita GF ad FA: oſtenſum eſt autem eſſe, vt CE ad ED, ita BG ad GF. eſt ergo vt CE ad ED; ita BG ad GF, vt verò ED ad DA; ita GF ad

a prop. 34. 1.
b prop. 2. 6.
c prop. 34. 1.
d prop. 2. 6.

F A: data ergo recta inſecta A B ſimiliter ſecta eſt, vt ſecta A C. Quod oportuit facere.

Propoſ. 11. Probl. 3.

Duabus rectis datis tertiam proportionalem inuenire.



Sint datæ B A, A C, & ponãtur vt angulum quemcumq; cõtineant. oportet ergo ipſis B A, A C tertiam proportionalem inuenire. Producantur A B, A C ad D, E

a prop. 3. 1. puncta; & *a* ponatur ipſi

b prop. 31. 1. A C æqualis B D; & ipſi B C *b* ducatur parallela D E per D. Cum itaque lateri D E trianguli A D E ducta ſit parallela B C;

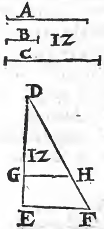
c prop. 2. 6. *c* erit vt A B ad D B; ita A C ad C E; æqualis eſt autem B D ipſi A C; eſt ergo vt A B ad A C; ita A C ad C E. Datis ergo duabus A B, A C inuenta eſt tertia propoitionalis C E. Quod oportuit facere.

Propoſ. 12. Probl. 4.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Opor-

OPorteat tribus datis rectis A, B, C, quartam proportionalem inuenire.

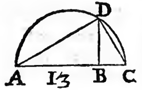


Exponantur duæ rectæ D E, D F continentes angulum quemcunq; E D F: & *a* ponatur ipſi A æqualis recta D G; ipſi B, recta G E: & ipſi C recta D H; *b* atque ipſi G H agatur parallela E F per E. Cum ergo lateri E F trianguli D E F ducta ſit parallela G H, *c* erit vt D G ad G E; ita D H ad H F, Eſt autem D G æqualis ipſi A; G E ipſi B; D H ipſi C; eſt ergo vt A ad B; ita C ad H F. Tribus ergo datis A, B, C inuenta eſt quarta proportionalis H F. Quod oportuit facere.

a prop. 3. 1. *b prop. 31. 1.* *c prop. 2. 6.*

Propoſitio 13. Probl. 5.

Duabus rectis datis mediam proportionalem inuenire.

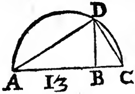


SIt duab⁹ datis A B, B C media proportionalis inuenienda. Ponantur in directū, deſcribaturquè ſuper A C ſemicirculus A D C; *a* & ducatur à B *a prop. 11. 1.*

Q 5 pun-

puncto, B D, ipſi A C ad angulos rectos, iunctis AD, D C. *b* Et quia angulus ADC

b prop. 31. 3.



rectus eſt; quippe in ſemicirculo, eſtq; in triangulo rectangulo ex angulo recto D ad baſim A C perpendicularis ducta D B. *c* erit B D inter partes baſis AB, B C, media proportionalis. Duabus ergo, &c. Quod oportuit facere.

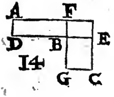
c corol. 1. prop. 8. 6.

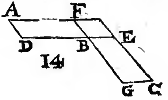
Propoſitio 14. Theor. 9.

AEqualium, & vnum vni angulo æqualem habentium parallelogrammorum, reciproca ſunt latera, quæ circa æquales angulos. Et parallelogramma, quæ vnum vni angulum æqualem habent, & quorum reciprocantur latera circa æquales angulos, æqualia ſunt.

SInt parallelogramma A B, BC æqualia, habentia angulos ad B æquales, poſiteque ſint D B, B E in directum, *a* erunt ergo & F B, B G in directum. Dico parallelogrammorum A B, B C latera, quæ circa æqua-

a Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.





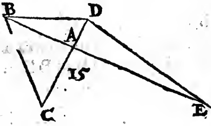
æquales angulos, eſſe reciproca. Hoc eſt, eſſe vt D B ad B E; ita G B ad B F. Perficiatur enim parallelogrammum F E. Et quia A B, B C parallelogramma æqualia ſunt, aliud autem quoddam eſt, F E: *b* erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E, *c* ſed vt A B ad F E; ita eſt D B ad B E; & vt B C ad F E; ita eſt G B ad B F. *d* Ergo eſt vt D B ad B E; ita G B ad B F. Parallelogrammorum ergo A B, B C *e* latera ſunt reciproca. *f* Reciprocentur iam latera, quæ circa æquales angulos; ſitque vt D B ad B E; ita G B ad B F. Dico parallelogramma A B, B C æqualia eſſe. Cum enim ſit vt D B ad B E; ita G B ad B F. *g* Et vt D B ad B E; ita A B ad F E; atque vt G B ad B F; ita B C ad F E: erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E; *h* æqualia ergo ſunt parallelogramma A B, B C. Æqualium ergo, & vnum vni, &c. Quod oportuit demonſtrare.

b *prop. 7. 5.*
c *prop. 1. 6.*
d *prop. 11. 5.*
e *def. 6. 1.*
f *def. 2. 6.*
g *prop. 1. 6.*
h *prop. 9. 5.*

Pro-

Propoſitio 15. Theor. 10.

AEqualium triangulorum, & vnum angulum vni æqualem habentium, reciproca ſunt latera, quæ circa æquales angulos. Et triangula, quæ vnum angulum vni æqualem habent, & quorum latera quæ circa æquales angulos, reciprocantur, ſunt æqualia.



SInt triangula ABC, ADE æqualia, habeantque vnum angulum BAC, vni DAE æqualẽ. Dico latera, quę circa ęquales ſunt angulos, reciproca eſſe. Hoc eſt, eſſe, vt CA ad AD; ita EA ad AB. Ponantur enim CA, AD in directum; *a* erunt ergo & EA, AB in directum. & ducatur BD. Cum igitur triangula ABC, ADE æqualia ſint, ſitque aliud ABD; *b* erit vt CAB ad BAD; ita ADE ad idem BAD: *c* ſed vt CAB ad BAD;

a Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.
b prop. 7. 5.
c prop. 1. 6.

BAD; ita eſt CA ad AD. Et vt EAD ad BAD; ita eſt EA ad AB: *d* Ergo vt CA ad AD; ita eſt EA ad AB. Triangulorum ergo ABC, ADE latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur. Sed reciproca ſint iam latera triangulorum ABC, ADE. Et ſit vt CA ad AD; ita EA ad AB. Dico triangula ABC, ADE eſſe æqualia. Iuncta rurſus BD, erit vt CA ad AD; ita EA ad AB: *e* ſed vt CA ad AD; ita eſt triangulum ABC ad triangulum BAD; vt verò EA ad AB; ita triangulum EAD ad triangulum BAD. Vt ergo ABC ad BAD; ita eſt EAD ad idem BAD: vtrumque ergo ABC, EAD ad BAD eandem habet proportionem: *f* æquale ergo eſt triangulum ABC, triangulo EAD. Æqualium ergo triangulorum, &c. Quod oportuit demonſtrare.

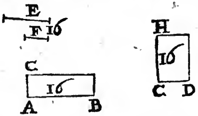
d *prop. 11. 5.*
e *prop. 1. 6.*
f *prop. 9. 5.*

Propo-

Propoſitio 16. Theor. 11.

Si quatuor recta lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale illi quod mediis continetur rectangulo. Et ſi rectangulum extremis contentum, æquale fuerit mediis contento rectangulo; quatuor illa lineæ proportionales erunt.

SInt quatuor rectæ A B, C D, E, F proportionales, vt A B ad C D; ita E ad F.



Dico rectãgulum A B, & F contentum, æquale eſſe contento C D, & E.

a prop. 11. 1. a Ducantur à punctis A, C ad rectas A B, C D ad angulos rectos A G, C H; ſitque ipſi F æqualis A G: & ipſi E, ipſa C H, cõpleanturque parallelogramma B G, D H. Et quia eſt, vt A B ad C D; ita E ad F, & eſt E ipſi C H; & F ipſi A G æqualis, erit
b prop. 14. 6 vt A B ad C D; ita C H ad A G: b parallelogrammorum ergo B G, D H latera, quę circa

circa ęquales angulos ſunt, reciprocantur: c quorum autem parallelogrammorum ę quiangulorum latera reciprocantur, illa æqualia ſunt: parallelogramma ergo B G, D H æqualia ſunt. Et eſt B G, quod A B, & F continetur, (eſt enim A G ipſi F æqualis) D H, quod C D & E continetur (eſt enim C H ipſi E æqualis.) Quod ergo A B, & F continetur, æquale eſt ei, quod C D & E continetur rectangulo. Sit iam quod A B, & F continetur, æquale ei quod C D & E continetur. Dico quatuor rectas eſſe proportionales. Vt A B ad C D; ita E ad F. iiſdem conſtructis, cum quod A B, F continetur, æquale ſit ei quod C D, E continetur, ſitque B G id quod A B, & F continetur (eſt enim A G ipſi F æqualis) D H vero, quod C D, & E continetur (eſt enim & C H ipſi E æqualis) erit B G ipſi D H æquale: & ſunt æquiangula. d Æqualium autem & æquiangulorum parallelogrammorum latera, quæ circa æ quales angulos, reciproca ſunt: Erit ergo vt A B ad C D; ita E ad F. Si ergo quatuor rectæ lineæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

c prop. 14. 6.

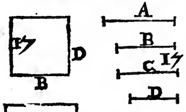
d prop. 14. 6.

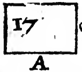
Pro-

Propoſitio 17. Theor. 12.

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint; erit quod extremis continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit à media. Et ſi quod extremis continetur rectangulum æquale fuerit quadrato quod à media fit, erunt tres lineæ illæ proportionales.

SInt tres rectæ A, B, C proportionales, vt A ad B; ita B ad C. Dico quod A, C continetur æquale eſſe ei ꝙ ex B. Ponatur D æqualis ipſi B. Et cum ſit vt A ad B; ita B ad C; ſit vero ipſi B æqualis D; erit vt A ad B; ita D ad C.





a prop. 16. 6. *a* Cum autem quatuor rectę proportionales ſunt, eſt quod extremis continetur rectangulum, æquale ei quod mediis continetur rectangulo. Quod ergo A & C continetur, æquale eſt ei quod B, D continetur; at quod B, D continetur æquale eſt ei quod ex B; eſt enim D

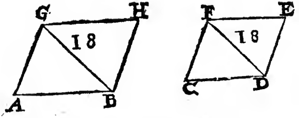
ipſi

ipſi B æqualis; Ergo quod A, C continetur, æquale eſt ei quod ex B quadrato. Sit iam quod A, C cõtinetur, æquale ei, quod ex B. Dico eſſe, vt A ad B; ita B ad C. iiſdem enim conſtructis, cum quod A, C cõtinetur æquale ſit ei quod ex B; & quod ex B, æquale ei quod B, D continetur, quod B, D æquales ſint; erit quod A, C continetur, æquale ei quod B, D continetur. *b* quando autem quod extremis continetur, æquale eſt ei quod continetur mediis, ſunt quatuor illæ lineæ proportionales. Eſt igitur vt A ad B; ita D ad C: æqualis autem eſt D ipſi B: ergo vt A ad B; ita eſt B ad C. Si ergo tres lineæ, &c. Quod oportuit demonſtrare. *b prop. 16. 6*

Propoſitio 18. Probl. 6.

Super data recta linea dato rectilineo ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere.

OPorteat ſuper data A B dato rectilineo C E ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere. Ducatur D F, & *a* conſtituantur ad puncta A, B rectæ A B anguli G A B; A B G æquales angulis C, *a prop. 23. 1*



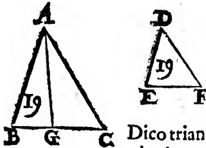
C D F; eritque reliquus C F D reliquo A G B æqualis: triangula igitur F C D, G A B ſunt æquiangula. *b* Eſt ergo, vt F D
b prop. 4. 6. ad G B; ita F C ad G A; & C D ad A B.
c prop. 23. 1. *c* Conſtituantur rurſus ad puncta B, G rectæ B G anguli B G H, G B H æquales angulis D F E, F D E; eritque reliquus E reliquo H æqualis: triangula ergo F D E,
d prop. 4. 6. G B H æquiangula ſunt; *d* eſt igitur vt F D ad G B; ita F E, G H; & E D ad H B. Oſtenſum autem eſt, eſſe vt F D ad G B; ita
e prop. 11. 5. F C ad G A, & C D ad A B; *e* igitur vt F C ad A G; ita eſt C D ad A B; & F E ad G H; itemque E D ad H B. Et cum angulus C F D æqualis ſit angulo A G B: & D F E ipſi B G H: erit totus C F E toti A G H æqualis. Eadem de cauſa erit angulus C D E æqualis angulo A B H. Eſt verò & angulus C angulo A; Et angulus E angulo H æqualis: æquiangula ergo ſunt A H; C E, habentque latera circa æquales angulos proportionalia.
f def. 6. 1. *f* Eſt igitur A H rectilineum

lineum ſimile ſimiliterque poſitum recti-
lineo C E. Super data ergo recta linea,&c,
Quod oportuit facere.

Propoſitio 19. Theor.. 13.

Similia triangula inter ſe ſunt in dupla proportione ſuorum laterum.

SInt A B C, D E F triangula ſimilia, habentia angulos B, E æquales; ſitque vt A B ad B C; ita D E ad E F, vt latera B C, E F ſint homologa.



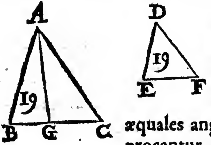
Dico triangulum A B C ad triangulum D E F duplam habere porportionem eius, quam habet B C ad E F. *a* Sumatur enim ipſarum B C, E F tertia proportionalis B G; vt ſit quomodo B C ad E F; ita E F ad B G; ducaturque G A. Cum igitur ſit vt A B ad B C; ita D E ad E F; *b* erit permutando vt A B ad D E; ita B C ad E F. ſed vt B C ad E F; ita eſt E F ad B G: ergo vt A B ad D E; ita eſt E F ad B G: Triangulorum ergo

a prop. 11. 6.

b def. 10. 5.

 ABG,

ABG, DEF latera circa æquales angulos reciprocantur. Quorum autem triangulorũ vnũ angulum vni æqualẽ habentiũ latera circa



æquales angulos reciprocantur, illa æqualia
c prop.15.6. ſunt: *c* triangula ergo DEF, ABG æqualia ſunt. Et quia eſt vt BC ad EF; ita EF ad BG; quando autem tres lineæ propor-
d def.10.5. tionales ſunt, *d* prima ad tertiam duplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad ſecundam. BC ergo habet ad BG duplam proportionem eius, quam habet
e prop.1.6. ad EF. Vt vero BC ad BG; *e* ita eſt triangulum ABC ad triangulum ABG: habet ergo triangulum ABC ad triangulum ABG duplam proportionem eius, quam habet BC ad EF. Eſt autem triangulum ABG æquale triangulo DEF: habet ergo triangulum ABC ad triangulum DEF duplam proportionem eius, quam habet BC ad EF. Similia ergo triangula, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Corol-

Corollarium.

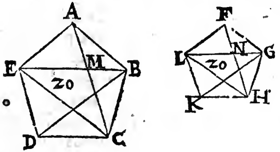
Ex his manifeſtum eſt, ſi tres lineæ proportionales fuerint; eſſe, vt primam ad tertiam, ita triangulum ſuper prima deſcriptum ad triangulum ſuper ſecunda ſimile ſimiliterque deſcriptum. Oſtenſum eſt enim, vt eſt CB ad BG; ita eſſe triangulum ABC ad triangulum ABG, hoc eſt, ad triangulum DEF. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 20. Theor. 14.

Similia polygona in ſimilia triangula diuiduntur; & numero æqualia, & homologa totis; & polygonum ad polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.

SInt ſimilia polygona ABCDE, FGHKL, & ſit latus AB homologum ipſi FG. Dico polygona ABCDE, FGHKL in ſimilia triangula diuidi, & numero æqualia, & homologa totis; & polygonũ ABCDE ad polygonũ FGHKL du-

duplicatam habere proportionem eius, quam habet A B ad F G. Iungantur enim



B E, E C, G L, L H; & quia polygonum A B C D E ſimile eſt polygono FGHKL; erit angulus B A E æqualis angulo G F L; & eſt, vt B A ad A E; ita G F ad F L. Cum itaque duo ſint triangula A B E, F G L, vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habentia, *a* erunt ipſa æquiangula, ideoq; & ſimilia: æqualis eſt ergo angulus ABE angulo F G L; eſt verò & totus A B C, toti FGH æqualis, propter ſimilitudinem polygonorum; *b* reliquus ergo E B C, reliquo L G H æqualis erit. Et quia propter ſimilitudinem triangulorum ABE, FGL, eſt, vt E B ad B A; ita L G ad G F. Sed & propter ſimilitudinem polygonorum, eſt vt A B ad B C; ita F G ad G H; *c* ex æquali ergo eſt, vt EB ad BC; ita LG ad GH; latera

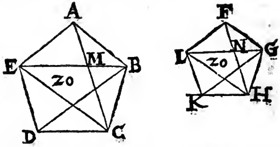
a prop. 6. 6.
b ax. 3.
c prop. 22. 5.

tera ergò circa æquales angulos E B C, L G H, ſunt proportionalia; æquiangula *d* ergo ſunt triangula E B C, L G H; quare & ſimilia. Eadem de cauſa ſimilia ſunt triangula E C D, L H K: Similia ergo polygona A B C D E, F G H K L in ſimilia triangula, & æqualia numero diuiſa ſunt. Dico & homologa eſſe totis, hoc eſt, proportionalia, & antecedentia quidẽ A B E, E B C, E C D; Conſequentia verò ipſorum F G L, L G H, L H K; atque polygonum A B C D E ad polygonum F G H K L duplam habere proportionem eius, quam habet latus homologum A B ad latus homologum F G. Iungantur enim AC, FH. Et quia propter ſimilitudinẽ polygonorum, ſunt anguli ABC, FGH æquales; eſtque vt A B ad B C; ita FG ad GH; *e* æquiangula ergo ſunt triangula A B C, F G H: æquales igitur ſunt tam anguli B A C, GFH, quam BCA, G H F. Et quia anguli B A M, G F N æquales ſunt, oſtenſique ſunt & A B M, F G N æquales; erunt & reliqui AMB, FNG ęquales; ſunt ergo triangula ABM, FGN æquiangula. Similiter oſtendemus & triangula BMC, GNH eſſe æquiangula. Eſt ergo vt A M ad M B; ita FN ad NG. Et vt BM ad M C; ita G N ad

d prop. 6. 6.

e prop. 6. 6.

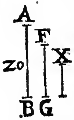
R 4 NH;



f prop.22.5. NH; ex *f* æquali ergo eſt vt AM ad MC;
g prop.1.6. ita FN ad NH: *g* ſed vt AM ad MC; ita
eſt triangulum ABM ad triangulũ MBC;
& AME ad EMC; ſunt enim ad ſe inui-
h prop.12.5. cem vt baſes; & *h* vt vnum antecedenti-
um, ad vnum conſequentium; ita omnia
antecendentia ad omnia cõſequentia. Vt
ergo triangulum AMB ad BMC; ita tri-
i prop.1.6. angulum ABE ad CBE: *i* ſed vt AMB ad
BMC; ita eſt AM ad MC; Vt ergo AM ad
MC; ita triangulum ABE ad EBC, Eadem
de cauſa, eſt vt FN ad NH; ita triangulũ
FGL ad GLH: Et eſt vt AM ad MC; ita
FN ad NH; Vt ergo triangulum ABE
ad BEC; ita triangulum FGL ad GHL;
k prop.16.5. *k* & permutãdo, vt ABE ad FGL; ita EBC
ad GLH. Similiter demõſtrabimus ductis
BD, GK. Eſſe vt triangulũ BEC ad LGH;
ita ECD ad LHK: & quia eſt, vt ABE
ad FGL; ita EBC ad LGH; & ECD
l prop.12.5. ad LHK: *l* erit vt vnum antecedentium
ad

ad vnum conſequentium; ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia: eſt ergo vt A B E ad F G L; ita A B C D E ad F G H K L: ſed *l* A B E ad F G L duplam proportionem habet eius, quam A B latus homologum ad F G latus homologum. l prop.19.6.
m Similia enim triangula in dupla proportione ſunt laterum homologorum: habet ergo & A B C D E polygonum ad F G H K L polygonum duplam proportionem eius, quam habet A B ad F G. Similia ergo polygona, &c. Quod oportuit demonſtrare. Eodem modo in ſimilibus quadrilateris oſtendetur in dupla illa eſſe proportione laterum homologorum. m pro.19.6
a Oſtenſum eſt autem & in triangulis. a prop.19.6

Corollarium I.



Vniuersè ergo ſimiles rectilineæ figuræ ad ſe inuicem ſunt in dupla proportione laterum homologorum; & ſi ipſarum A B, F G tertiam proportionalem ſumamus X; *b* habebit A B ad X duplam proportionem eius, quam habet ad F G. Habet autem & polygonum ad polygonum, & quadrilaterum ad qua- b def.10.5.

drilaterum duplam proportionem eius, quam habet homologum latus ad homologum, hoc eſt: AB ad FG. *c* Oſtenſum eſt

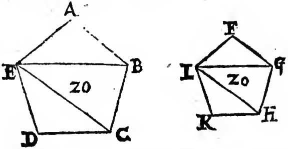
c cor. prop. 19. 6.

autem hoc in triangulis.

Corollarium II.

Vniuersè ergo manifeſtum eſt; ſi tres fuerint rectæ, eſſe vt prima eſt ad tertiam, ita figuram à prima deſcriptam, ad figuram à ſecũda ſimiliter deſcriptam. Quod oportuit demonſtrare.

Corol. prop. 19. 6.



Oſtendemus etiam aliter, & expeditius triangula eſſe homologa. Exponantur rurſus polygona ABCDE, FGHKL, ducanturque BE, EC, GL, LH. Dico eſſe vt triangulum ABE ad triangulum FGL; ita EBC ad LGH; & CDE ad HKL. Cum enim triangula ABE, FGL ſimilia ſint, *a* habebit ABE ad FGL duplam proportionem eius, quam habet latus BE ad

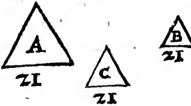
a prop. 9. 6.

ad G L. Eadem de cauſa habebit triangulum B E C ad G L H duplam proportionem eius, quam habet B E ad G L. Eſt ergo vt A B E ad F G L; ita E B C ad GLH. Rurſus cum triangula E B C, LGH ſimilia ſint; habebit E B C ad L G H duplam proportionem eius, quam habet C E recta ad H L. Eadem de cauſa habet triangulum E C D ad L H K duplam proportionem eius, quam habet C E ad H L. Eſt ergo vt BEC ad LGH; ita CED ad LHK Oſtenſum autẽ eſt, eſſe, vt EBC ad LGH; ita A B E ad F G L; ergo vt ABE ad FGL; ita eſt B E C ad GLH; & E C D ad L H K, b vt ergo vnum antecedentium ad vnum conſequentium; ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia; & reliqua vt in priori demonſtratione. Quod oportuit demonſtrare. b prop. 12. 5.

Propoſ. 21. Theor. 15.

Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & & inter ſe ſunt ſimilia.

SIt vtrumque rectilineorum A, B ipſi C ſimile. Dico & A ipſi B ſimile eſſe. Cum enim A ipſi C ſit ſimile, erit & æquiangulum illi, habebitque latera circa æquales angulos proportionalia. Rurſus cum B ſimile

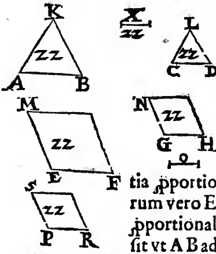


ſimile ſit ipſi C,æquiangulũ illi erit, habebitque circa ęquales angelos latera proportionalia: Vtrumque ergo ipſorum A,B æquiangulum eſt ipſi C, & habet circa ęquales angulos latera proportionalia: erunt ergo & A,B ęquiangula, habebuntque circa æquales angulos, latera proportionalia: ſimilia ergo ſunt. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ.22.Theor.16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; erunt & rectilinea ab ipſis ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia: Et ſi rectilinea ſimilia ſimiliterq; ab ipſis deſcripta proportionalia fuerint; erunt & ipſæ proportionales.

SInt quatuor rectæ A B, C D, E F, G H proportionales. Vt A B ad C D; ita E F
a prop. 18. 5 ad G H, *a* deſcribanturq; ſuper A B, C D ſimilia, ſimiliterq; poſita rectilinea KAB, LCD. ſuper EF, GH ſimilia ſimiliterque poſita



poſita M F, N H. Dico eſſe, vt KAB ad LCD; ita MF ad NH. *b* ſumatur enim ipſarũ AB, CD tertia ꝓportionalis X; ipſarum vero EF, GH tertia ꝓportionalis O. Et cum ſit vt A B ad C D; ita E F ad G H & vt C D ad X; ita G H ad O: *c* erit ex æquali; vt A B ad X; ita G H ad O: *d* ſed vt AB ad X, ita eſt K A B ad L C D; & vt EF ad O; ita *e* MF ad NH: ergo vt ABK ad C D L, ita eſt M F ad N H. Sed ſit vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. Dico eſſe, vt A B ad C D; ita F E ad G H. Fiat *f* enim vt A B ad CD, ita E F ad P R, *g* deſcribaturq; ſuper P R rectilineum S R ſimile ſimiliterque poſitum ipſis MF; NH. Cum ergo ſit, vt A B ad C D; ita E F ad P R, deſcriptaque ſint ſuper A B, C D rectilinea K A B, L C D ſimilia ſimiliterque poſita; ſuper E F, P R verò ſimilia ſimiliterque poſita M F, S R; erit vt K A B ad L C D; ita M F ad S R: ponitur autem vt

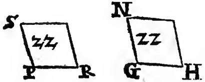
b *prop.11.6.*
c *prop. 22.5*
d *prop.19.6*
e *cor. prop. 20.6.*
f *prop.12.6.*
g *prop.18.6*

KAB

KAB ad LCD; ita MF ad NH. Habet ergo MF ad NH, & ad SR eandem proportionem; *h* æqualia ergo ſunt NH, SR; ſed ſunt ſimilia ſimiliterque poſita; æquales ergo ſunt GH, PR. Et quia eſt, vt AB ad CD, ita EF ad PR; & ſunt PR, GH æquales; erit vt AB ad CD: ita EF ad GH. Si ergo quatuor, rectæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

h *prop.9.5.*

Lemma.



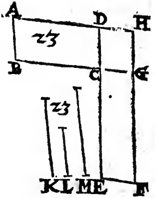
Quod autem quãdo rectilinea æqualia ſimilia fuerint, ipſorum latera homologa æqualia ſint, ſic oſtendemus. Sint NH, SR æqualia, & ſimilia; ſitque vt HG ad GN; ita RP ad PS. Dico RP, GH æquales eſſe. Si non: erit vna maior. Sit maior RP; cũ ergo ſit vt RP ad PS; ita HG ad GN; *a* erit permutando, vt RP ad GH; ita PS ad GN: maior eſt autem PR quam GH: maior ergo etiam erit PS quã GN. Quare & RS maius erit, quam HN: ſed eſt illi æquale; quod fieri non poteſt: Non eſt ergo PR maior quam GH. Quod oportuit demonſtrare.

a *prop.16.5.*

Pro-

Propoſ.23.Theor.17.

Aequiangula parallelogramma inter ſe proportionem habent ex lateribus compoſitam.

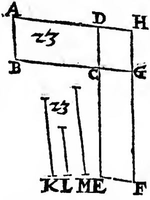


Sint æquiangula parallelogramma AC, CF æquales angulos BCD, ECG habentia. Dico illa proportioné, habere, ex proportione laterum compoſitã ex illa nimirum quã habet BC ad CG; & quam habet DC ad CE. Ponatur BC ipſi CG in directum; *a* erit ergo & DC ipſi CE in directum, & compleatur parallelogrammum DG. Exponatur quædam recta K, *b* fiatq; vt B C ad C G; ita K ad L; & vt DC ad CE; ita L ad M. Proportiones ergo K ad L, & L ad M, eædem ſunt quæ laterum, BC ad CG & DC ad CE. *c* Sed proportio K ad M componitur ex proportione K ad L, & L ad M; habet ergo & K ad M proportionem ex laterum proportione compoſitam. Et cum ſit vt BC ad CG; *d* ita AC parallelogrammum

a prop.14.1. *b prop.12.6.* *c def.5.6.* *d prop.1.6.*

ad

ad C H: & vt B C ad C G; ita K ad L;
e prop. 11.5 *e* erit vt K ad L, ita A C ad C H. Rurſus
f prop. 1.6. *f* cum ſit vt D C ad C E; ita parallelogrã mum CH ad C F; & vt D C ad C E; ita L ad M, *g* erit vt L ad M, ita C H ad C F. Cum igitur oſtẽſum ſit, vt K ad L; ita eſſe A C ad C H; vt verò L ad M; ita C H ad
g prop. 11.5.



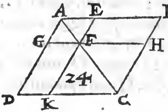
h prop. 22.5 C F; *h* erit ex æquali, vt K ad M, ita A C, ad C F. At K ad M proportionẽ habet compoſitam ex lateribus: ergo & A C ad C F, proportionem habet compoſitam ex lateribus: æquiangula ergo parallelogrammum, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 24. Theor. 18.

Omnis parallelogrammi quæ circa diametrum ſunt parallelogrãma, ſimilia ſunt toti, & inter ſe.

Sit parallelogrammum ABCD, diametrus A C, circa quam ſint parallelogrãma EG, HK. Dico vtrumq; E G, H K toti A B C D, & inter ſe ſimilia eſſe. Cum enim ad latus B C trianguli A B C ducta ſit paral-

parallela E F, *a* erit vt B E ad E A; ita C F ad F A. Rurſus cum ad latus C D trianguli A C D ducta ſit parallela F G, erit vt C F ad F A; ita D G ad G A. Sed vt C F ad F A; ita oſtēſa eſt B E ad E A: *b* ergo vt B E ad E A; ita eſt D G ad G A: *c* componendo ergo vt B A ad A E; ita D A ad A G: & per *d* mutando, vt B A ad A D; ita A E ad A G: parallelogrammorum ergo A B C D, E G latera circa communem angulum B A D ſunt proportionalia. Cumque G F, D C parallelæ ſint, *e* erunt anguli A G F, A D C; item G F A, D C A æquales; communis D A C: triangula ergo A D C, A G F æquiangula ſunt. Eadem de cauſa erunt & A B C, A F E æquiangula: tota ergo parallelogramma A B C D, E G ſunt æquiangula; *f* eſt igitur vt A D ad D C; ita A G ad G F; & vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita A F ad F E; & vt C B ad B A; ita F E ad E A. Et quia demonſtratum eſt, eſſe vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita A F ad F E; erit ex æquali vt D C ad C B; ita G F ad F E. Parallelogrammorum ergo



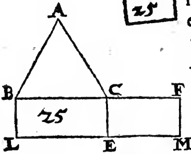
a *prop. 2. 6.*
b *prop. 11. 5*
c *prop. 18. 5*
d *prop. 16. 5*
e *prop. 29. 1.*
f *prop. 4. 6.*

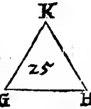
A B C D, E G latera circa ęquales angulos ſunt proportionalia; ſimilia ergo ſunt. Eadem de cauſa erit parallelogrammum K H toti A B C D ſimile: vtrumq; ergo E G, K H toti A B C D ſimile eſt. *g* Quæ autem
g prop. 21.6 eidem ſunt ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia: eſt ergo E G ipſi K H ſimile. Omnis ergo parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 25. Probl. 7.

Dato rectilineo ſimile, & alteri dato æquale conſtituere.







Sit dato rectilineo A B C ſimile conſtituendum, æquale verò ipſi D. *a* Applicetur ad latꝰ B C triangulo A B C æquale parallelogrāmũ B E: ad C E verò ęquale ipſi D, nimirũ C M in angulo F C E, æquali angulo C B L; *b* indirectũ ergo erit B C ipſi C F; & L E ipſi E M. *c* Accipiatur ipſarum B C, C F media propor-

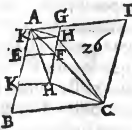
a prop. 44.1
b prop. 14.1
c prop. 13.6

portionalis G H; & ſuper ipſa ipſi A B C rectilineo *d* ſimile deſcribatur, & ſimiliter d *prop. 18. 6* poſitum K G H. Cum ergo ſit vt B C ad G H, ita G H ad C F (quādo enim fuerint tres *e* rectę proportionales, eſt vt prima ad e *col. 2. prop. 20. 6.* tertiam; ita figura ſuper prima deſcripta ad figuram ſuper ſecunda ſimilem, ſimiliterq́; deſcriptam) Eſt ergo vt B C ad C F; ita triangulum A B C ad triangulū K G H. *f* Sed vt B C ad C F, ita eſt B E ad E F. vt ergo *g* triangulū A B C ad triangulū K G H; f *prop. 1. 6.* ita eſt B E parallelogrammum ad E F pa- g *prop. 11. 5.* rallelogrammum: & *h* permutando, vt h *prop. 16. 5* A B C ad B E; ita eſt K G H ad E F. Æquale autem eſt triangulum A B C parallelogrāmo B E: ergo & triangulum K G H æquale eſt parallelogrammo E F. Sed E F æquale eſt ipſi D: ergo & K G H ipſi D eſt æquale. Eſt verò & K G H ipſi A B C ſimile. Dato ergo ractilineo, &c. Quod oportuit facere.

Propoſ. 26. Theor. 19.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, ſimile toti ſimiliterq́; poſitum, communem ipſi habens angulum, circa eandem diametrum eſt toti.

 A pa-

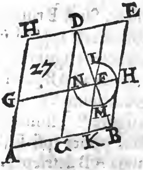


A parallelogrammo ABCD auferatur parallelogrãmum AF ſimile toti ABCD, & ſimiliter poſitum, communẽ angulum DAB cum ipſo habens. Dico ABCD circa eandem diametrum eſſe ipſi AF. Si non. Sit ipſorũ diametrus AHC. & ducatur per H vtrique AD, BC parallela HK. Cum ergo
a prop.24.6 ABCD circa eandem diametrum ſit ipſi KG; *a* erit ABCD ipſi KG ſimile. Eſt ergo vt DA ad AB; ita GA ad AK: eſt autẽ propter ſimilitudinem ipſorum ABCD, EG, vt DA ad AB; ita GA ad AE. ergo vt
b prop.11.5. *b* GA ad AE, ita GA ad AK; habet ergo
c prop.9.5. GA ad vtramq; AK, AE *c* eandem proportionem, æqualis ergo eſt AE ipſi AK, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ABCD circa eandem diametrum eſt ipſi AH. Circa eandem ergo diametrum eſt ipſi AF. Si ergo à parallelogrãmo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ.27. Theor.20.

Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis ſimi-

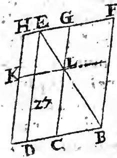
ſimilibus,& ſimiliter poſitis ei quæ à dimidia deſcribitur, maximum eſt quod ad dimidiam eſt applicatum, ſimile exiſtens defectui.



Recta AB *a* biſecetur in C, & applicetur ad A B rectam * parallelogrammum A D deficiens figura parallelogramma D B, ſimili, & ſimiliter poſita ei, quæ à dimidia ipſius A B deſcripta eſt. Dico omnium parallelogrammorum ad A B applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis ſimilibus, ſimiliterq; poſitis ipſi D B, maximum eſſe A D. *b* Applicetur enim ad rectam A B parallelogrammum A F, deficiens parallelogrammo FB ſimili ſimiliterque poſito ipſi D B. Dico A D maius eſſe ipſo A F. Cum enim D B ſimile ſit ipſi F B, *c* erunt circa eandem diametrum. Ducatur illorum diametrus D B, & deſcribatur figura. *d* Cum ergo ipſi CF æquale ſit F E, ſi cõmune apponatur F B, *e* erit totum C H toti K E æquale. Sed ipſi C H æquale eſt C G cum A C, CB æquales

a prop.10.1.
** qualecumq.*
b prop.44.1
c prop.26.6
d prop.43.1
e ax.2.

ſint;ergo & GC ipſi EK æquale eſt. Commune C F apponatur; & erit totum A F gnomoni L M N æquale. Quare D B, hoc eſt AD, quam AF maius eſt. Omnium ergo parallelogrãmmorũ,&c. Quod oportuit demonſtrare.



Aliter. Sit A B rurſus in C biſecta,& applicatũ AL, deficiens figura LB. Applicetur ad AB parallalogrammum AE deficiens figura E B, ſimili & ſimiliter poſita ipſi L B à dimidia A B deſricptæ. Dico parallelogrãmum A L ad dimidiam eppiicatũ maius eſſe ipſo A E. Cum enim

a prop. 20. 6 EB ipſi LB ſimile ſit *a* erunt circa eandem diametrũ, quę ſit EB, perficiaturq́; figura. Quia ergo LF ipſi LH ęquale eſt, quod & F G ipſi G H ſit æqualis; F L, quam E K

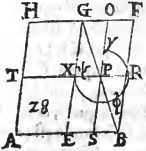
b prop. 43. 1 maius erit: *b* ęquale eſt autem LF ipſi DL: maius ergo eſt D L quam E K, commune addatur KD; totum ergo AL toto A E maius eſt. Quod oportuit demonſtrare.

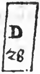
Propoſ. 28. Probl. 8.

Ad datam rectã lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ

ſit

ſit ſimilis alteri datæ. Oportet autē datum rectilineum, cui æquale applicandum eſt, maius non eſſe eo, quod ad dimidiam applicatur, ſimilibus exiſtētibus defectibus; & eo quod à dimidia, & eo, cui oportet ſimile deficere.









SIt recta data A B; rectilineum datum, cui oporteat ęquale applicare, ſit C, non maius exiſtēs eo quod ad dimidiā applicatū eſt, ſimilibus exiſtētibus defectibꝰ. Cui autem oportet ſimile deficere, ſit D. Oportet ergo ad A B rectilineo C æquale parallelogrāmum applicare deficiēs figura parallelogrāma ſimili ipſi D. *a* Biſecetur A B in E & *b* deſcribatur ſup EB ipſi D ſimile, ſimiliterq; poſitū EBFG compleaturq; AG parallelogrāmū: quod ipſi C aut ęquale eſt, aut maiꝰ ob determinationē. Si ęquale, factū eſt ꝙ iubebatur; applicatū enim eſt ad AB rectilineo C æquale parallelogrammū AG deficiens figura

a prop. 10. 1.
b prop. 18. 6

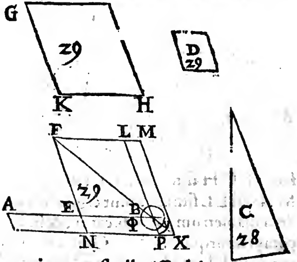
figura parallelogramma GB ſimili ipſi D. Si verò HE maius eſt quam C; erit & GB maius, cum GB ipſi HE ſit æquale. Exceſ-
c prop.25.6 ſui autē, quo GB excedit C, c fiat æquale KLMN, ſimile ſimiliterq; poſitū ipſi D. Et cum D ſimile ſit ipſi GB, erit & KM ipſi GB ſimile. ſit linea KL ipſi GE; & LM ipſi GF homologa; q̃a ergo GB ęquale eſt ipſis C, & KM; erit GB; quā KM maius; erit ergo & GE linea maior quā KL; & GF,
d prop.3.1. quam LM. d Fiat ipſi KL æqualis GX; ipſi LM ipſa GO, compleaturq; parallelogrāmum XGOP, quod erit æquale; & ſimile
e prop.21.6 ipſi KM. ſed KM ipſi GB ſimile eſt; e erit
f prop.26.6 ergo & GP ipſi GB ſimile: f ſunt ergo GP, GB circa eandem diametrū, quę ſit GPB. & deſcribatur figura. Cum itaq; GB ęquale ſit ipſis C, KM, & GP ipſi KM; erit reli-
g prop.43.1 quus ΥΦΨ gnomon ipſi C ęqualis, g cumque OR ipſi XS ſit æquale, ſi commune
h ax.2. PB addatur; erit h totum OB toti XB æ-
i prop.36.1 quale. ſed XB ipſi TE eſt i æquale, quod AE, EB ſint æquales: eſt ergo & TE ipſi OB æquale, ſi commune XS addatur, erit totū TS gnomoni ΨΦΥ æquale. Sed gnomon ipſi C oſtenſus eſt æqualis: k eſt ergo
k ax.1. TS ipſi C ęquale. Ad datam ergo AB dato rectilineo C æquale parallelogrāmum TS applicatum eſt deficiens figura PB ſimili ipſi

ipſi D, cum P B ipſi G P ſimile ſit. Quod oportuit facere.

Propoſitio 29. Probl. 9.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, ſimili alteri datæ.

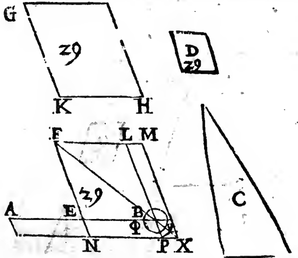
SIT DATA recta A B; & rectilineum C, cui oporteat ad A B æquale applica-



re, cui autem ſimile eſſe debeat excedens ſit D. *a* Biſecetur A B in E, *b* deſcribaturq; ſuper EB parallelogrammum ſimile, ſimiliterq; poſitum ipſi D; Aequale verò vtrique B F, & C & ſimile ipſi D *c* fiat G H, quod ipſi F B ſimile erit. Sit autem latus

a prop. 10. 1.
b prop. 18. 6.
c prop. 25. 6.

K H homologum lateri F L; K G ipſi F E. Et cum G H maius ſit quã F B, erit & K H maior, quam F L; & K G quam F E; producantur F L, F E, vt ipſis K H, K G æquales fiant, in M & N, compleaturque M N, quod ipſi G H æquale & ſimile eſt:



d prop. 21. 6.
e prop. 26. 6.

ſed ipſi G H ſimile eſt E L; *d* eſt ergo & M N ipſi E L ſimile; *e* ſunt ergo circa eandem diametrum, quæ ducatur, & ſit F X, compleaturque figura. Quia ergo G H tam ipſis E L, & C, quam ipſi M N æquale eſt; *f* erit & M N ipſis E L & C æquale. Cõmune E L tollatur; & erit gnomon Ϋ Τ Φ ipſi C æqualis. Cumq; E A ipſi E B ſit æqualis, *g* erit & A N ipſi N B æquale. hoc eſt, *h* ipſi L O, commune addatur E X, eritque

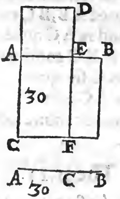
f ax. 1.
g prop. 36. 1.
h prop. 43. 1

que totum A X, toti gnomoni ΥΤΦ æquale: ſed gnomon ipſi C æqualis eſt: erit ergo & A X ipſi C æquale. Ad datã ergo A B, dato rectilineo C æquale parallelogrammum A X applicatum eſt, excedens figura parallelogrãma PO ſimili ipſi D, *i* cum & E L ipſi OP ſimile ſit. Quod oportuit facere. *i prop. 24. 6*

Propoſitio 30. Probl. 10.

Datam rectam lineam terminatã extrema ac media ratione ſecare.

OPorteat datã terminatam A B extrema ac media ratione ſecare. *a* Deſcribatur ſuper A B quadratum B C, *b* applicetur q; ad A C parallelogrammum C D, ęquale quadrato BC, excedens figura A D ſimili B C quadrato, quæ quadratum erit. *a prop. 46. 1* *b prop. 29. 6*



Et quia BC ipſi C D æquale eſt, ſi commune C E auferatur; erit reliquum B F reliquo A D æquale, ſunt vero & æquiangula; *c* latera ergo ipſorum B F, A D reciproca ſunt circa æquales angulos: eſt ergo vt F E ad E D; ita A E ad E B: & eſt F E ipſi A C, hoc eſt, ipſi A B æqua- *c prop. 14. 6*

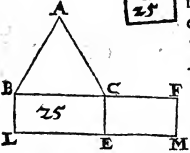
A B C D, E G latera circa ęquales angulos ſunt proportionalia; ſimilia ergo ſunt. Eadem de cauſa erit parallelogrammum K H toti A B C D ſimile: vtrumq; ergo E G, K H toti A B C D ſimile eſt. *g* Quæ autem eidem ſunt ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia: eſt ergo E G ipſi K H ſimile. Omnis ergo parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonſtrare.

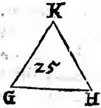
g prop. 21. 6

Propoſ. 25. Probl. 7.

Dato rectilineo ſimile, & alteri dato æquale conſtituere.







Sit dato rectilineo A B C ſimile conſtituendum, æquale verò ipſi D. *a* Applicetur ad lat' B C triangulo A B C æquale parallelogrāmū B E: ad C E verò ęquale ipſi D, nimirū C M in angulo F C E, æquali angulo C B L; *b* indirectū ergo erit B C ipſi C F; & L E ipſi E M. *c* Accipiatur ipſarum B C, C F media propor-

a prop. 44. 1
b prop. 14. 1
c prop. 13. 6.

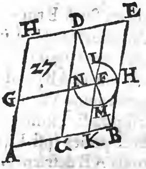
portionalis G H; & ſuper ipſa ipſi A B C rectilineo *d* ſimile deſcribatur, & ſimiliter poſitum K G H. Cum ergo ſit vt B C ad G H, ita G H ad C F (quãdo enim fuerint tres *e* rectę proportionales, eſt vt prima ad tertiam; ita figura ſuper prima deſcripta ad figuram ſuper ſecunda ſimilem, ſimiliterq́; deſcriptam) Eſt ergo vt B C ad C F; ita triangulum A B C ad triangulũ K G H. *f* Sed vt B C ad C F, ita eſt B E ad E F. vt ergo *g* triangulũ A B C ad triangulũ K G H; ita eſt B E parallelogrammum ad E F parallelogrammum: & *h* permutando, vt A B C ad B E; ita eſt K G H ad E F. Æquale autem eſt triangulum A B C parallelogrãmo B E: ergo & triangulum K G H æquale eſt parallelogrammo E F. Sed E F æquale eſt ipſi D: ergo & K G H ipſi D eſt æquale. Eſt verò & K G H ipſi A B C ſimile. Dato ergo ractilineo, &c. Quod oportuit facere.

d prop. 18. 6
e col. 2. prop. 20. 6.
f prop. 1. 6.
g prop. 11. 5.
h prop. 16. 5

Propoſ. 26. Theor. 19.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, ſimile toti ſimiliterq́; poſitum, communem ipſi habens angulum, circa eandem diametrum eſt toti.

ſimilibus, & ſimiliter poſitis ei quæ à dimidia deſcribitur, maximum eſt quod ad dimidiam eſt applicatum, ſimile exiſtens defectui.

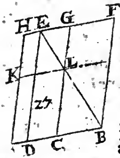


Recta AB *a* biſecetur in C, & applicetur ad AB rectam * parallelogrammum AD deficiens figura parallelogramma DB, ſimili, & ſimiliter poſita ei, quæ à dimidia ipſius AB deſcripta eſt. Dico omnium parallelogrammorum ad AB applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis ſimilibus, ſimiliterq; poſitis ipſi DB, maximum eſſe AD. *b* Applicetur enim ad rectam AB parallelogrammum AF, deficiens parallelogrammo FB ſimili ſimiliterque poſito ipſi DB. Dico AD maius eſſe ipſo AF. Cum enim DB ſimile ſit ipſi FB, *c* erunt circa eandem diametrum. Ducatur illorum diametrus DB, & deſcribatur figura. *d* Cum ergo ipſi CF æquale ſit FE, ſi cõmune apponatur FB, *e* erit totum CH toti KE æquale. Sed ipſi CH æquale eſt CG cum AC, CB æquales

a prop. 10. 1.
* *qualecumq.*
b prop. 44. 1
c prop. 26. 6
d prop. 43. 1
e ax. 2.

S 3 ſint;

ſint;ergo & GC ipſi EK æquale eſt. Commune C F apponatur; & erit totum A F gnomoni L M N æquale. Quare DB, hoc eſt AD, quam AF maius eſt. Omnium ergo parallelogrammorũ,&c. Quod oportuit demonſtrare.



Aliter. Sit A B rurſus in C biſecta,& applicatũ A L, deficiens figura L B. Applicetur ad A B parallelogrammum A E deficiens figura E B, ſimili & ſimiliter poſita ipſi L B à dimidia A B deſricptæ. Dico parallelogrãmum A L ad dimidiam applicatũ maius eſſe ipſo A E. Cum enim

a prop.26.6 E B ipſi L B ſimile ſit a erunt circa eandem diametrũ, quę ſit EB, perficiaturq; figura. Quia ergo L F ipſi L H ęquale eſt, quod & F G ipſi G H ſit æqualis; F L, quam E K

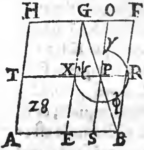
b prop.43.1 maius erit: b ęquale eſt autem L F ipſi D L: maius ergo eſt D L quam E K, commune addatur K D; totum ergo A L toto A E maius eſt. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 28. Probl. 8.

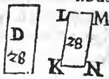
Ad datam rectã lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ

ſit

ſit ſimilis alteri datæ. Oportet autẽ datum rectilineum, cui æquale applicandum eſt, maius non eſſe eo, quod ad dimidiam applicatur, ſimilibus exiſtẽtibus defectibus; & eo quod à dimidia, & eo, cui oportet ſimile deficere.



Sit recta data A B; rectilineum datum, cui oporteat æquale applicare, ſit C, non maius exiſtẽs eo quod ad dimidiã applicatũ eſt, ſimilibus exiſtẽtibus defectib⁹. Cui autem oportet ſimile deficere, ſit D. Oportet ergo ad AB rectilineo C æquale parallelogrãmum applicare deficiẽs figura parallelogrãma





ſimili ipſi D. *a* Biſecetur AB in E & *b* deſcribatur ſu per EB ipſi D ſimile, ſimiliterq; poſitũ EBFG compleaturq; AG parallelogrãmũ: quod ipſi C aut æquale eſt, aut mai⁹ ob determinationẽ. Si æquale, factũ eſt quod iubebatur; applicatũ enim eſt ad AB rectilineo C æquale parallelogrammũ AG deficiens figura

a prop. 10. 1.
b prop. 18. 6

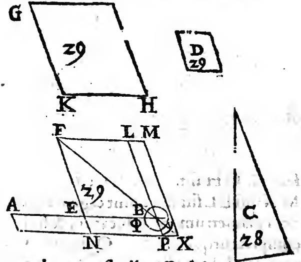
figura parallelogramma GB ſimili ipſi D. Si verò HE maius eſt quam C; erit & GB maius, cum GB ipſi HE ſit æquale. Exceſ-
e prop.25.6 ſui autẽ, quo GB excedit C, *e* fiat æquale KLMN, ſimile ſimiliterq; poſitũ ipſi D. Et cum D ſimile ſit ipſi GB, erit & KM ipſi GB ſimile. ſit linea KL ipſi GE; & LM ipſi GF homologa; qa ergo GB æquale eſt ipſis C, & KM; erit GB; quã KM maius; erit ergo & GE linea maior quã KL; & GF,
d prop.3.1. quam LM. *d* Fiat ipſi KL æqualis GX; ipſi LM ipſa GO, compleaturq; parallelogrãmum XGOP, quod erit æquale; & ſimile
e prop.21.6 ipſi KM. ſed KM ipſi GB ſimile eſt; *e* erit
f prop.26.6 ergo & GP ipſi GB ſimile: *f* ſunt ergo GP, GB circa eandem diametrũ, quę ſit GPB. & deſcribatur figura. Cum itaq; GB ęquale ſit ipſis C, KM, & GP ipſi KM; erit reli-
g prop.43.1 quus ΥΦΥ gnomon ipſi C ęqualis, *g* cumque OR ipſi XS ſit æquale, ſi commune
h ax.2. PB addatur; erit *h* totum OB toti XB æ-
i prop.36.1 quale. ſed XB ipſi TE eſt *i* æquale, quod AE, EB ſint æquales: eſt ergo & TE ipſi OB æquale, ſi commune XS addatur, erit totũ TS gnomoni ΥΦΥ æquale. Sed gnomon ipſi C oſtenſus eſt æqualis: *k* eſt ergo
k ax.1. TS ipſi C ęquale. Ad datam ergo AB dato rectilineo C æquale parallelogrãmum TS applicatum eſt deficiens figura PB ſimili ipſi

ipſi D, cum P B ipſi G P ſimile ſit. Quod oportuit facere.

Propoſitio 29. Probl. 9.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, ſimili alteri datæ.

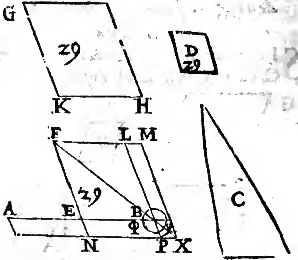
SIT DATA recta A B; & rectilineum C, cui oporteat ad A B æquale applica-



re, cui autem ſimile eſſe debeat excedens ſit D. *a* Biſecetur A B in E, *b* deſcribaturq; ſuper EB parallelogrammum ſimile, ſimiliterq; poſitum ipſi D; Aequale verò vtrique B F, & C & ſimile ipſi D *c* fiat G H, quod ipſi F B ſimile erit. Sit autem latus

a prop. 10. 1.
b prop. 18. 6.
c prop. 25. 6.

K H homologum lateri F L; K G ipſi F E. Et cum G H maius ſit quã F B, erit & K H maior, quam F L; & K G quam F E; producantur F L, F E, vt ipſis K H, K G æquales fiant, in M & N, compleaturque M N, quod ipſi G H æquale & ſimile eſt:



d prop.21.6.
e prop.26.6.

ſed ipſi G H ſimile eſt E L; *d* eſt ergo & M N ipſi E L ſimile; *e* ſunt ergo circa eandem diametrum, quæ ducatur, & ſit F X, compleaturque figura. Quia ergo G H tam ipſis E L, & C, quam ipſi M N æquale eſt; *f* erit & M N ipſis E L & C æquale. Cõmune E L tollatur; & erit gnomon Ψ T Φ ipſi C æqualis. Cumq; E A ipſi E B ſit æqualis, *g* erit & A N ipſi N B æquale, hoc eſt, *h* ipſi L O, commune addatur E X, eritque

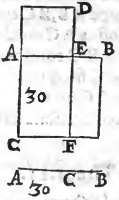
f ax.1.
g prop.36.1.
h prop.43.1

que totum A X, toti gnomoni ΥΤΦ ęquale: ſed gnomon ipſi C æqualis eſt: erit ergo & A X ipſi C æquale. Ad datã ergo A B, dato rectilineo C æquale parallelogrammum A X applicatum eſt, excedens figura *i prop.24.6* parallelogrãma P O ſimili ipſi D, *i* cum & E L ipſi O P ſimile ſit. Quod oportuit facere.

Propoſitio 30. Probl. 10.

Datam rectam lineam terminatã extrema ac media ratione ſecare.

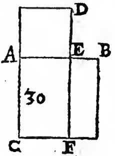
OPorteat datã terminatam A B extrema ac media ratione ſecare. *a* Deſcri- *a prop.46.1* batur ſuper A B quadratum B C, *b* appli- *b prop.29.6* ceturq; ad A C parallelogrammum C D, ęquale quadrato B C, excedens figura A D ſimili B C quadrato, quæ quadratum erit.

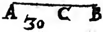


Et quia B C ipſi C D æquale eſt, ſi commune C E auferatur; erit reliquum B F reliquo A D æquale, ſunt vero & æquiangula; *c* latera ergo ipſorum *c prop.14.6* B F, A D reciproca ſunt circa æquales angulos: eſt ergo vt F E ad E D; ita A E ad E B: & eſt F E ipſi A C, hoc eſt, ipſi A B æqua-

æqualis : & E D ipſi A E ; quare eſt vt B A ad A E ; ita A E ad E B : *d* maior eſt autem A B quam A E : maior ergo & A E quam E B : eſt igitur recta A B extrema ac media ratione ſecta in E ; & maior portio eſt A E. Quod oportuit facere.

d prop. 14. 5





Aliter. Oporteat rectam A B extrema ac media ratione ſecare : *e* ſecetur A B in C ; vt quod A B, B C continetur, æquale ſit ei quod ex A C quadrato. Cum ergo quod A B, B C continetur æquale ſit ei quod ex A C fit quadrato : *f* erit vt A B ad A C ; ita A C ad C B. Eſt ergo A B extrema ac media ratione ſecta. Quod oportuit facere.

e prop. 11. 2.

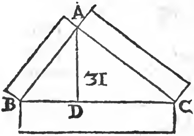
f prop. 17. 6

Propoſitio 31. Theor. 21.

In triangulis rectangulis figura quæ fit à latere rectum ſubtendente æqualis eſt figuris quæ fiunt à lateribus rectum cõtinentibus, ſimilibus ; ſimiliterq́ deſcriptis.

Sit

SIt triangulum rectangulum A B C rectum habens angulum B A C. Dico, id quod fit ex B C æquale eſſe illis, quæ fiunt ex B A, A C ſimilibus ſimiliterque deſcriptis. Ducatur perpendicularis A D, a eruntq; triangula A B D, A D C à perpendiculari facta, & toti A B C, & inter ſe ſimilia. Cumque A B C, A B D ſimilia ſint, erit vt C B ad B A, ita A B ad B D, b quando autẽ tres ſunt proportionales, eſt vt prima ad tertiam; ita quæ à prima deſcribitur figura ad figuram ſimilem à ſecunda deſcriptam. Vt ergo C B ad B D; ita eſt figura ex C B ad figuram ex B A, ſimilem ſimiliterq; deſcriptam. Eadem de cauſa, erit vt B C ad C D; ita figura ex B C ad figuram ex C A. Ergo vt B C ad B D, D C; ita figura ex B C deſcripta, ad figuras ex B A, A C deſcriptas ſimiles, ſimiliterq; poſitas: æqualis eſt autẽ B C ipſis B D, D C; ergo & figura ex B C æqualis erit figuris ex B A, A C ſimilibus, ſimi-

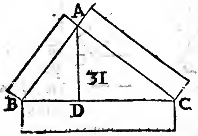


a prop. 8. 6.

b corol. 2. prop. 20. 6.

ſimiliterq; deſcriptis. In rectangulis ergo triangulis, &c. Quod oportuit demonſtrare. Aliter. *c* Cum ſimiles figuræ in dupla proportione ſint homologorum laterum, habebit figura ex B C ad figuram ex B A duplam proportionem eius, quã habet latus B C ad B A. Habet verò & quod ex B C quadratũ,

c prop. 20. 6.



ad quadratum ex B A duplam proportionem eius quam habet B C ad B A. *d* Vt ergo eſt figura ex B C ad figuram ex B A; ita eſt quadratum ex B C ad quadratũ ex AB. Eadem de cauſa eſt, vt figura ex B C ad figuram ex C A; ita quadratum ex B C ad quadratum ex C A. Eſt ergo vt figura ex B C ad figuras ex B A, A C; ita quadratum ex BC ad quadrata ex B A, A C. Sed *e* quadratum ex BC eſt æquale quadratis ex BA, A C: Eſt ergo & figura ex B C æqualis figuris ex B A, A C, ſimilibus ſimiliterque deſcriptis. Quod oportuit demonſtrare.

d prop. 11. 5.

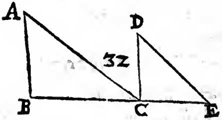
e prop. 47. 1.

Propo-

Propoſitio 32. Theor. 22.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad vnum angulum componantur, ita vt latera homologa ſint parallela, reliqua latera in directum erunt conſtituta.

SInt triangula ABC, DCE habentia duo latera BA, AC, duobus DC, DE proportionalia. Vt AB ad AC; ita DC ad DE, ſintq; tam AB, DC, quam



AC, DE parallela, Dico CE ipſi BC in directum eſſe. Cum enim in AB, DC parallelas recta AC incidat, *a* erunt anguli alterni BAC, ACD æquales. Eadem de cauſa & CDE, ACD æquales erunt: vnde & BAC, CDE æquales ſunt. Cũ igitur duo triangula ABC, DCE vnum angulum qui eſt ad A, vni qui eſt ad D æqualem habeant, & circa æquales angulos latera proportionalia, vt *b* BA ad AC, ita CD ad DE, ęquiangula erũt; anguli igitur ABC, DCE æqua-

a prop. 29. 1.

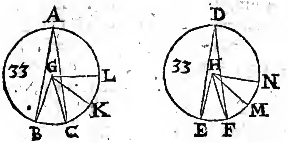
b prop. 6. 6.

ęquales ſunt. Oſtenſi autem ſunt & ACD, BAC æquales. totus ergo ACE duobus ABC, BAC eſt æqualis: communis ACB addatur, & erunt ACE, ACB æquales his,
e prop. 32. 1. BAC, ACB, CBA: e ſed hi tres duobus rectis ſunt æquales: ergo & ACE, ACB duobus rectis æquales erunt. Ad punctum ergo C rectæ AC duæ rectæ BC, CE non ad eaſdem partes poſitæ, angulos deinceps ACE, ACB duobus rectis æquales faciunt; in d directum ergo eſt BC, ipſi CE. d prop. 14. 1.
Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 33. Theor. 23.

In æqualibus circulis anguli eandē proportionem habent, quam peripheriæ, quibus inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant. Quin & ſectores, quippe ad centra conſtituti.

IN æqualibus circulis ABC, DEF ad cētra G, H conſtituti ſint anguli BGC, EHF ad peripherias BAC, EDF. Dico eſſe, vt BC peripheria ad EF peripheriam; ita angulum BGC; ad angulum EHF; & BAC ad EDF; & inſuper BGC ſectorē ad EHF ſectorem. Ponantur peripheriæ BC æqua-

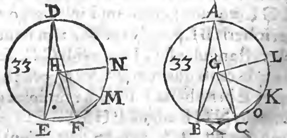


æquales quotcunque deinceps CK, KL: peripheriæ EF quotcunque æquales FM, MN, ducanturque GK, GL; HM, HN. Cum ergo peripheriæ CB, CK, KL æquales ſint, *a* erunt & anguli BGC, CGK, KGL æquales, quam multiplex ergo eſt peripheria BL peripheriæ BC, tam multiplex eſt angulus BGL anguli BGC. Eadem de cauſa quam multiplex eſt peripheria NE peripheriæ EF, tam multiplex eſt angulus NHE anguli EHF. Si igitur peripheriæ BL, EN æquales ſunt, erunt & anguli BGL, EHN ęquales: Et ſi peripheria BL quam EN maior eſt, erit & angulus BGL maior angulo EHN; et ſi minor, minor. Cum igitur quatuor ſint magnitudines, duæ peripheriæ BC, EF, & duo anguli BGC, EHF; acceptæq; ſint peripheriæ BC & anguli BGC æque multiplices peripheria BL, & angulus BGL. Peripheriæ verò EF & anguli EHF peripheria EN & angulus EHN, demon- *a prop. 27. 3.*

ſtratumque ſit ſi peripheria B L maior ſit peripheria E N, & angulum B G L angulo E H N maiorem eſſe; & ſi æqualis æqualem; ſi minor, minorem: *b* Eſt ergo vt B C peripheria ad peripheriam E F; ita angulus B G C ad angulum E H F. Sed vt B G C ad E H F; *c* ita eſt B A C angulus ad E D F angulum, vterque enim vtriuſque duplus eſt: ergo vt B C ad E F; ita eſt B G C ad E H F; & B A C ad E D F. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

b def. 5. 5.

c prop. 15. 5.



Dico præterea, vt eſt B C peripheria ad E F peripheriam; ita eſſe G B C ſectorem ad H F E ſectorem. Ducantur B C, C K; accipianturq; peripheriarum B C, C K puncta X, O, & ducantur B X, X C, C O, O K. Cum ergo duæ B G, G C, duabus C G, G K æquales ſint, anguloſque æquales contineant; *d* erunt & baſes B C, C K æquales: igitur & triangula B G C, G C K æqualia erunt; cumque peripheriæ B C, C K ſint æqua-

d prop. 4. 1.

æquales, erit & reliqua B A C peripheria reliquæ C A K æqualis; *e* ergo & angulus B X C angulo C O K æqualis erit, *f* portiones ergo B X C, C O K ſimiles ſunt, & ſunt ſuper æqualibus rectis B C, CK: *g* circulorum autem portiones ſuper æqualibus rectis conſtitutæ, æquales ſunt: portiones igitur B X C, C O K æquales ſunt. Sunt verò & triangula B G C, G C K æqualia; totus ergo ſector B G C toti G K C eſt æqualis. Eadem de cauſa, erunt ſectores G K L, G K C ęquales: tres igitur ſectores B G C, C G K, G L K æquales ſunt. eadem de cauſa, erunt & tres H E F, H F M, H M N æquales. quam multiplex ergo eſt peripheria B L peripheriæ C B, tam multiplex eſt ſector G B L ſectoris G B C. Eadem de cauſa quam multiplex eſt peripheria E N peripheriæ E F, tam multiplex eſt ſector H E N ſectoris H E F. Si ergo peripheria B L maior eſt peripheria E N, erit & ſector B G L maior ſectore E H N; Et ſi æqualis, æqualis; & ſi minor, minor. Cum igitur quatuor ſint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo ſectores G B C, E H F; acceptæque ſint peripheriæ B C, & ſectoris G B C, æque multiplices B L peripheria, & G B L ſector. Peripheriæ verò E F, & ſectoris

e prop. 27. 3.
f def. 11. 3.
g prop. 24. 3.

HEF, peripheria EN, & ſector HEN; demonſtratumq; ſit ſi BL maior ſit quã EN; & ſectorem BGL maiorem eſſe ſectore EHN; & ſi æqualis, æqualem; ſi minor minorem. g erit vt peripheria BC ad EF peripheriam; ita GBC ſector ad HEF ſectorem. Manifeſtũ ergo eſt, eſſe, vt eſt ſector ad ſectorem, ita angulum ad angulum.

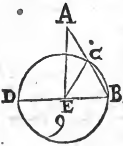
g *def. 5. 5.*

Ex libro 13. Euclidis.

Propoſitio 9.

Si latera hexagoni & decagoni eidem circulo inſcripta cõponantur, erit tota cõpoſita proportionaliter ſecta.

SInt in circulo DCB, latera BC decagoni, AC hexagoni in directũ poſita. Dico totã AB in C proportionaliter eſſe ſectã, maioremq; portionem eſſe AC. Sumpto enim centro E. iungantur rectæ EB, EC, EA, ꝑducaturque EB in D. Quia igitur BC latus eſt decagoni æquilateri, erit peripheria BCD quintupla peripheriæ CB: igitur CD quadrupla erit eiuſ-

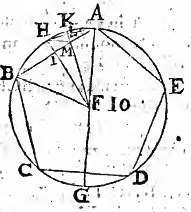


eiuſdem CB. Vt *a* verò peripheria CD ad peripheriam CB; ita eſt angulus CED ad angulum CEB: Quadruplus eſt ergo angulus CED anguli BEC. Et quia *b* angulus EBC æqualis eſt angulo BCE, erit *c* angulus DEC duplus anguli ECB, cumque EC rectæ CA ſit æqualis (vtraque enim eſt æqualis lateri hexagoni circulo BCD inſcripti) *d* erit & angulus CEA angulo EAC æqualis; *e* duplus ergo eſt angulus BCE anguli CAE; ſed anguli BCE duplus oſtenſus eſt angulus CED: quadruplus igitur eſt angulus CED anguli CAE. oſtenſus eſt autem & angulus CED quadruplus anguli CEB: æquales ergo ſunt anguli CAE, BEC. Triangulorum autem ABE, ECB angulus EBC eſt communis; *f* erit ergo & reliquus AEB. reliquo ECB æqualis. Quare triangula ABE, CBE ſunt æquiangula: *g* eſt ergo vt AB ad EB: ita EB ad CB. Eſt verò BE ipſi AC æqualis: igitur eſt vt AB ad AC; ita AC ad CB: Maior autem eſt AB, quam AC: *h* igitur & AC quam CB. Quocirca AB in C ſecta eſt proportionaliter, & portio maior eſt AC. Quod demonſtrare oportuit.

a *prop.33.6*
b *prop.5.1.*
c *prop.30.3.*
d *prop.5.1.*
e *prop.32.1.*
f *prop.32.1.*
g *prop.4.6.*
h *prop.14.5*

Propoſitio 10.

Si circulo pentagonum æquilaterum inſcribatur, latus pentagoni poterit, & latus hexagoni, & latus decagoni, eidem circulo inſcriptorum.



ESto circul° ABCDE, cui pentagonem æquilaterum ABCDE inſcribat. Dico latus pẽtagoni poſſe & hexagoni, & decagoni lat° eidem circulo inſcriptorũ. Accepto enim centro F ducatur AFG, FB, & ex F ad AB perpendicularis FI, quę producatur in H, iunganturq́ue AH, HB, rurſusq́; ab F ad AH agatur perpendicularis FL, quæ in K producatur, iungaturq́; HM. Et quia peripheria ABCG æqualis eſt peripheriæ AEDG, *a* quarũ ABC æqualis eſt AED: eſt igitur & reliqua CG, reliquæ DG æqualis. Eſt autem CD pentagoni; CG ergo Decagoni erit. Et quia AF, FB *b* æquales ſunt, & perpendicularis FI, *c* erit angulus AFH angulo HFB æqualis, *d* ideoq́; &

a prop. 28. 3
b def. 15. 1.
c prop. 3. 3.
d prop. 26. 3

& peripheria A H peripheriæ HB. quare
peripheria A B dupla erit peripheriæ HB:
igitur A H latus eſt decagoni. Eadem ra-
tione A H peripheria ipſius A K dupla eſt.
Quia ergo peripheria A B peripheriæ HB
dupla eſt; peripheria verò C D periphe-
riæ AB æqualis; erit & CD peripheria du-
pla peripheriæ H B. Eſt verò & C D peri-
pheria dupla peripheriæ C G: peripheriæ
ergo CG, BH æquales ſunt: ſed BH ipſius
H K dupla eſt, quod & A H. Igitur & C G
ipſius HK eſt dupla. Eſt autem peripheria
CB peripheriæ AB æqualis: ergo tota BG
peripheria, peripheriæ BK dupla eſt: *e* vn- e *prop. 27. 3.*
de & angulus G F B, anguli B F K duplus
erit. Eſt *f* verò & angul' GFB duplus an- f *prop. 20. 3.*
guli FAB, & *g* ſunt FAB, ABF æquales: eſt g *prop. 5. 1.*
h igitur & B F M angulus angulo FAB æ- h *ax. 7. 1.*
qualis. Triangulorum autem AFB, BFM
communis eſt angulus ABF: erit igitur &
reliquus AFB reliquo BMF æqualis. Qua-
re triangula ABF, BFM ſunt æquiangula.
i Ergo eſt vt A B ad B F; ita F B ad B M: i *prop. 4. 6.*
k rectangulũ ergo rectis AB, BM conten- k *prop. 17. 6.*
tum æquale eſt quadrato ipſius FB. Rurſus l *prop. 3. 3.*
l quoniã AL, LH æquales ſunt; cõmunis,
& ad angulos rectos LM; *m* erunt & baſes m *pro. 47. 1.*
HM, MA æquales. *n* Vnde & anguli LHM, n *prop. 8. 1.*
LAM æquales erunt: ſed *o* angulus LAM, o *prop. 27. 3.*

angu-

angulo H B M eſt æqualis: erunt igitur & L H M, H B M æquales, & eſt duorum triangulorum B A H, H A M angulus B A M communis: erit igitur & reliquus A H B reliquo H M A æqualis. Triangula igitur A H B, H A M ſunt æquiangula. *p* Quare
p prop.4.6. eſt, vt B A ad A H; ita A H ad A M. Rectangulum ergo *q* rectis A B, A M contentum,
q prop.17.6 æquale eſt quadrato rectæ A H. Oſtenſum eſt autem & rectangulum rectarum
r prop.2.2. A B, B M æquale eſſe quadrato rectæ B F; ergo rectangulum linearum A B, B M, cum rectangulo linearum A B, A M (*r* quę ſunt ęqualia quadrato totiꝰ A B) eſt æquale quadratis ipſarum B F, A H; & eſt A B latus pentagoni; F B hexagoni; A H decagoni: igitur latus pentagoni poteſt & latus hexagoni, & latus decagoni eidem circulo inſcriptorum, quod erat demonſtrandum.

ERRATA.

Pag. 14. v. 13. GF. l. DF. p. 20. v. 1. EG, GF, l. ED, DF. p. 33. prop. 22. ex lin. A. fiat C, & ex C fiat A. p. 48. v. 3. l. ACDB. p. 58. in fig. ponatur inter K. L lit. M. p. 63 in fig. inter D, E ponatur L. p. 66. v. vlt. l. DO. p. 75. in fig. inter D & F, pone M. p. 101. v. 9. l. CEF. p. 113. v. 4. l. cadat & ſit. p. 142. v. 5. l. GA. p. 184. v. 3. l. Quare. p. 192. v. vlt. l. C. p. 208. v. 7. l. MP. p. 264. in fig. ABC pro C pone G. p. 191. & 192. in fig. deeſt litera Ψ, ſed quid gnomon ſit lector facile intelliget; deeſt quoque litera O inter M & X ponenda. p. 304. in fig. deeſt linea BH.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

IHS